

MATERIAL EXTRA

Respuestas

Clave de todos los ejercicios del libro

Pensamiento Matemático I · Clave de respuestas

Esta clave reúne las respuestas de los ejercicios de los siete capítulos, organizadas por capítulo y, dentro de cada uno, por bloque, con la misma numeración $N.M$ que aparece en el libro. Resuelve primero por tu cuenta; el valor de la práctica está en el intento.

CONTENIDO

Capítulo 1. Lógica matemática	157 respuestas	p. 3
Capítulo 2. Conteo y construcción del número	154 respuestas	p. 8
Capítulo 3. Números enteros, reales, divisibilidad y factorización	206 respuestas	p. 12
Capítulo 4. Fracciones, proporciones y porcentajes	263 respuestas	p. 18
Capítulo 5. Potencias, exponentes y radicales	223 respuestas	p. 25
Capítulo 6. Medición, magnitudes y notación científica	186 respuestas	p. 31
Capítulo 7. Operaciones combinadas	144 respuestas	p. 35
Repasos y evaluaciones de unidad	127 respuestas	p. 38

Resuelve primero por tu cuenta; el valor de la práctica está en el intento. Material gratuito de uso personal y educativo, complemento de tu libro de Superfy Education. Descárgalo siempre desde el código de tu libro para tener la versión vigente.

■ RESPUESTAS

Este apartado reúne las respuestas de los ejercicios de los siete capítulos, organizadas por capítulo y, dentro de cada uno, por bloque de ejercicios con la misma numeración *N.M* que aparece en el cuerpo del libro (por ejemplo, «Ejercicios 3.6» corresponde a la clave «Ejercicios 3.6»). Entre paréntesis se indica cuántos reactivos tiene cada bloque.

CÓMO APROVECHAR ESTA CLAVE

- Resuelve primero por tu cuenta y solo después compara: el valor de la práctica está en el intento, no en la respuesta.
- En los ejercicios de **respuesta abierta** se ofrece un ejemplo o un criterio; se acepta cualquier respuesta equivalente.
- Cuando hay un resultado numérico, suele acompañarse de una breve justificación o del procedimiento clave para que puedas localizar tu error si no coincidió.
- Las **evaluaciones diagnósticas** de apertura son formativas: sirven para ubicar lo que ya sabes y no se califican.

■ CAPÍTULO 1. LÓGICA MATEMÁTICA

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

- | | | |
|--|--|--|
| 1. V. La lógica es la base del razonamiento de las matemáticas y las ciencias. | 3. F. No todas las oraciones son preguntas (hay afirmaciones, órdenes, exclamaciones). | 5. F. La suma de dos pares es siempre par (por ejemplo, $2 + 4 = 6$). |
| 2. V. Las proposiciones son afirmaciones de las que se puede decir si son V o F. | 4. F. «¿Qué hora es?» es una pregunta, no una afirmación. | 6. V. $5 - 3 = 2$ es una igualdad verdadera, así que es una proposición verdadera. |

EJERCICIOS 1.1. ¿ES PROPOSICIÓN? (13 REACTIVOS)

- | | |
|---|--|
| 1. Sí; V. El 7 es primo. | 9. No. Es una exclamación. |
| 2. No. Es una orden (imperativa); no es ni V ni F. | 10. Sí; V. La Ciudad de México es la capital del país. |
| 3. Sí; F. $5 + 3 = 8$, no 10. | 11. Sí; V. Cinco billetes de \$100 suman \$500. |
| 4. No. Es una pregunta. | 12. No. Es una opinión (juicio de gusto); no se puede afirmar como V o F sin ambigüedad. |
| 5. Sí; V. Todo triángulo tiene tres lados. | 13. Respuesta abierta. Ejemplo: «Una hora tiene 60 minutos» sí es proposición (verdadera); «¡qué rica está la comida!» no lo es (es una exclamación: ni V ni F). |
| 6. No. Es una orden. | |
| 7. No. Es un enunciado abierto: su valor depende de x . | |
| 8. Sí; V. La Tierra gira alrededor del Sol. | |

EJERCICIOS 1.2. SIMPLE O COMPUESTA (13 REACTIVOS)

- | | |
|---|--|
| 1. Simple; verdadera. | 9. Compuesta ($\neg$); verdadera (« $3 > 10$ » es falsa, así que su negación es verdadera). |
| 2. Compuesta ($\wedge$); falsa ($3 < 1$ es falsa, así que la conjunción es falsa). | 10. Compuesta ($\vee$); verdadera (7 es primo, aunque 9 no sea par; basta una). |
| 3. Simple; verdadera. | 11. Compuesta ($\wedge$); verdadera (un año sí tiene 12 meses y una semana sí tiene 7 días: las dos partes son verdaderas). |
| 4. Compuesta ($\vee$); verdadera (basta que una lo sea: 8 es par). | 12. Compuesta ($\vee$); verdadera (basta una: diciembre sí tiene 31 días, aunque febrero no tenga 30). |
| 5. Simple; verdadera ($10 = 2 \cdot 5$). | 13. Respuesta abierta. Ejemplo: simple «Hoy tengo clase de matemáticas»; compuesta «Hoy tengo clase de matemáticas y llevaré mi calculadora» ($\wedge$). |
| 6. Compuesta ($\rightarrow$, condicional); verdadera (todo múltiplo de 4 es par). | |
| 7. Compuesta ($\wedge$); verdadera ($8 > 6$ y $2 = 2$). | |
| 8. Simple; verdadera. | |

EJERCICIOS 1.3. IDENTIFICA EL CONECTOR (12 REACTIVOS)

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $\vee$ (o). | 8. $\rightarrow$ (si...entonces): es el conector principal; la negación de «no salgo» es interna al consecuente. |
| 2. $\neg$ (no / no es cierto que). | 9. $\wedge$ (y). |
| 3. $\wedge$ (y). | 10. $\leftrightarrow$ (si y solo si). |
| 4. $\rightarrow$ (si...entonces). | 11. $\vee$ (o); es exclusiva : te dan una y solo una bebida, no las dos. |
| 5. $\wedge$ (y). | 12. Respuesta abierta . Ejemplo: «Hoy hago la tarea y ordeno mi cuarto» (conector «y», $\wedge$); « Si ahorro \$20 al día, entonces junto para mis útiles» (conector «si..., entonces», $\rightarrow$). |
| 6. $\vee$ (o). | |
| 7. $\neg$ (no / no es verdad que). | |

EJERCICIOS 1.4. TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN O CONTINGENCIA (13 REACTIVOS)

El orden de los renglones es VV, VF, FV, FF (y para las de tres proposiciones, VVV, VVF, ..., FFF).

- | | |
|--|--|
| 1. Tautología (V, V, V, V). | 9. Tautología (V en los ocho renglones): es la validación del silogismo hipotético. |
| 2. Contradicción (F, F, F, F). | 10. Tautología (V en los ocho renglones): es una ley de De Morgan con tres proposiciones. |
| 3. Contingencia (V, F, F, F). | 11. Tautología (V, V, V, V): un condicional y su contrarrecíproca son equivalentes. |
| 4. Contingencia (V, F, V, V): $p \rightarrow q$ solo es falso cuando p es V y q es F. | 12. Contingencia (V, F, F, F): coincide con $p \wedge q$. |
| 5. Tautología (V, V, V, V): es la negación de una contradicción. | 13. Respuesta abierta. Ejemplo de tautología: «hoy es martes o no es martes» (se cumple pase lo que pase). Ejemplo de contradicción: «apruebo y repruebo la misma materia» (no puede ocurrir). Se acepta cualquier variante equivalente. |
| 6. Tautología (V, V, V, V). | |
| 7. Contingencia (V, V, F, V): $p \vee \neg q$ solo es falso cuando p es F y q es V. | |
| 8. Contradicción (F, F, F, F): exige $p \rightarrow q$ y a la vez p y $\neg q$, imposible. | |

EJERCICIOS 1.5. CONSTRUIR Y LEER TABLAS DE VERDAD (17 REACTIVOS)

1. Solo cuando p es V y q es F.
2. Solo cuando p es F y q es F (ambas falsas).
3. Solo cuando p es F y q es F (es decir, $\neg(p \vee q)$ equivale a $\neg p \wedge \neg q$).
4. Solo cuando p es V y q es V (porque exige p verdadera y la implicación verdadera).
5. Sí, es siempre verdadera (es una tautología: si $p \wedge q$ es V, q es V; y si $p \wedge q$ es F, el condicional es V).
6. Siempre que q sea V; es decir, en los casos $p \vee q$ V, y p F y q V. (Como exige q verdadera, la implicación $p \rightarrow q$ también es V, así que la conjunción es V en ambos.)
7. Solo cuando p es V y q es V, o p es V y q es F; es decir, siempre que p sea V (entonces $p \vee q$ es V y p es V).
8. En todos los casos menos cuando p y q son ambas V; es decir, es V salvo en VV.
9. No. Es falsa cuando p es F y q es V (entonces $p \vee q$ es V pero p es F).
10. Es falsa cuando p es V y q es F (entonces p es V pero $p \wedge q$ es F).
11. Verdadera. Ambas partes son V (5 es primo y 5 es impar), así que coinciden: $V \leftrightarrow V = V$.
12. Falsa. «10 es múltiplo de 3» es F y «10 termina en 0» es V: al diferir, $F \leftrightarrow V = F$.
13. Verdadera. Ambas partes son F (3 no es par y 4 no es primo), pero coinciden: $F \leftrightarrow F = V$.
14. Falsa. «8 es par» es V y «8 es impar» es F: al diferir, $V \leftrightarrow F = F$.
15. Verdadera (la regla se cumplió). «Hay envío gratis» es F (te cobraron) y «la compra pasa de \$500» es F ($\$420 < \500); las dos partes coinciden, así que $F \leftrightarrow F = V$.
16. Tabla de $p \leftrightarrow \neg q$ (orden VV, VF, FV, FF): F, V, V, F. Es una **contingencia**.
17. Respuesta abierta. Un bicondicional es falso solo cuando sus dos partes difieren; por ejemplo, en «puedo entrar al examen $\leftrightarrow$ traigo mi credencial» sería falso si traigo la credencial pero no me dejan entrar, o si me dejan entrar sin traerla.

EJERCICIOS 1.6. MODUS PONENS (12 REACTIVOS)

1. 18 es divisible entre 2.
2. Puedes enviar mensajes.
3. El suelo se moja.
4. La figura tiene 4 lados iguales.
5. Los coches deben detenerse.
6. 13 es impar.
7. Diana puede entrar al concierto.
8. Te descuentan la tercera playera.
9. 25 es positivo.
10. El alumno obtiene puntos extra.
11. Llegas en 20 minutos.
12. Respuesta abierta. Ejemplo: «Si termino la tarea, puedo salir»; como se cumple «terminé la tarea», por Modus Ponens concluyo «puedo salir».

EJERCICIOS 1.7. MODUS TOLLENS (12 REACTIVOS)

1. El número no es par.
2. 47 no es múltiplo de 10.
3. No llovió.
4. A la tarjeta ya no le quedaba saldo.
5. La figura no es un cuadrado.
6. No hay señal.
7. La persona no tiene boleto.
8. **No se concluye nada:** es «afirmar el consecuente». Que 10 sea par no lo vuelve múltiplo de 4; de hecho, 10 es par y *no* es múltiplo de 4.
9. El año no es bisiesto.
10. **No se concluye que tenga descuento:** es «afirmar el consecuente»; la etiqueta amarilla podría ponerse por otra razón.
11. Las pilas no sirven (están gastadas).
12. Respuesta abierta. Ejemplo: regla «Si el control tiene pilas, la tele cambia de canal»; hecho «no cambió»; conclusión (Modus Tollens): «las pilas se acabaron».

EJERCICIOS 1.8. SILOGISMO HIPOTÉTICO (12 REACTIVOS)

1. Si un número es múltiplo de 6, entonces es divisible entre 2.
2. Si repruebo tres materias, entonces repito el año.
3. Si un triángulo es equilátero, entonces sus ángulos son iguales.
4. Si uso la combi, entonces alcanzo la primera clase.
5. **No se puede encadenar:** el consecuente de la primera («apruebo el examen») no es el antecedente de la segunda («hace calor»); los eslabones no enganchan, así que no hay conclusión.
6. Si una figura es un cuadrado, entonces tiene cuatro ángulos rectos.
7. Si me inscribo al taller, entonces ahorro para la moto (cadena de tres: taller $\rightarrow$ soldar $\rightarrow$ trabajo $\rightarrow$ ahorro).
8. Si un número es múltiplo de 12, entonces es par.
9. Si termino la secundaria, entonces puedo estudiar una carrera.
10. Si un número termina en 0, entonces es divisible entre 5.
11. Si llueve, entonces regresamos temprano a casa.
12. Respuesta abierta. Ejemplo: «Si uso el metro, llego en 20 min» y «Si llego en 20 min, alcanzo la primera clase»; el eslabón «llego en 20 min» engancha, así que se concluye «Si uso el metro, alcanzo la primera clase».

EJERCICIOS 1.9. PRÁCTICA INTEGRADORA (30 REACTIVOS)

BÁSICO

- | | | |
|---|--|--|
| 1. Sí es proposición; es verdadera ($3 + 4 = 7$). | 4. $\neg p$. | falsa si ambas son F). |
| 2. No es proposición: es una orden, no se le puede asignar V o F. | 5. $p \wedge q$ es falsa cuando al menos una de las dos es falsa (es decir, salvo cuando ambas son V). | 7. Sí pueden ser verdaderas las dos (puedes estudiar ambas materias); es la «o» inclusiva ($p \vee q$). |
| 3. $p \wedge q$. | 6. $p \vee q$ es verdadera cuando al menos una de las dos es verdadera (solo es | 8. Solo cuando p es V y q es F. |

INTERMEDIO

- | | |
|--|---|
| 9. Tabla de $\neg p \vee q$: $VV \rightarrow V$, $VF \rightarrow F$, $FV \rightarrow V$, $FF \rightarrow V$. (Coincide con $p \rightarrow q$.) | 16. Conclusión: uso chamarra (Modus Ponens). |
| 10. Tabla de $p \wedge \neg q$: $VV \rightarrow F$, $VF \rightarrow V$, $FV \rightarrow F$, $FF \rightarrow F$. | 17. Conclusión: no ahorré dinero (Modus Tollens). |
| 11. Antecedente: «llueve»; consecuente: «no salgo». | 18. Conclusión: mejoro mi condición física (Modus Ponens). |
| 12. Conclusión: 12 es divisible entre 3 (Modus Ponens). | 19. Conclusión: no entreno (Modus Tollens). |
| 13. Conclusión: no estudié (Modus Tollens). | 20. $c \vee s$. Sí hay envío gratis: $s = V$ y la «o» es inclusiva, así que basta una condición ($c \vee s = V$). |
| 14. Respuesta abierta. Ejemplo: «En el recreo como una torta o unos tacos»; es inclusiva porque podría comer ambas cosas. | 21. La <i>forma</i> es un Modus Ponens válido, pero el razonamiento no es sólido : la premisa «cada vez que lavo el coche, llueve» comete la falacia de causa falsa (<i>post hoc</i>) —lavar el coche no causa la lluvia—, así que la conclusión no es confiable. |
| 15. Conclusión: 12 es par (Modus Ponens). | |

AVANZADO

22. Sí son equivalentes ($p \rightarrow q$ es la contrarrecíproca de $\neg q \rightarrow \neg p$).
 $p \rightarrow q$: $VV \rightarrow V$, $VF \rightarrow F$, $FV \rightarrow V$, $FF \rightarrow V$.
 $\neg q \rightarrow \neg p$: $VV \rightarrow V$, $VF \rightarrow F$, $FV \rightarrow V$, $FF \rightarrow V$. Columnas iguales.
23. Se concluye «Si a , entonces c », por el silogismo hipotético.
24. «No estudio o no descanso» = $\neg p \vee \neg q$.
25. Conclusión: 305 no termina en 0 (Modus Tollens).
26. Conclusión: si llueve, hay tráfico (silogismo hipotético).
27. Conclusión: no estudié (silogismo hipotético «estudio $\rightarrow$ paso de semestre» y Modus Tollens con «no pasé de semestre»).
28. $A \leftrightarrow (p \wedge e)$, con p : «entrego el proyecto», e : «paso el examen» y A : «apruebo la materia».
29. Falacia de **ataque a la persona** (*ad hominem*): rechaza el consejo por una característica del doctor (su peso), no por sus razones; estar pasado de peso no invalida lo que dice sobre nutrición.
30. Por silogismo hipotético, «si entreno, corro 5 km»; con «no corrí 5 km» y Modus Tollens se concluye **no entrené**.

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REACTIVOS)

- | | |
|---|---|
| <p>1. b) «El 15 es múltiplo de 3» (es V; las demás no son proposiciones o son enunciados abiertos).</p> <p>2. d) compuesta (conjunción): une dos proposiciones con «y».</p> <p>3. c) $\rightarrow$ (condicional).</p> <p>4. c) $\neg p \vee q$: se niega solo «llueve» y el conector es «o».</p> <p>5. a) p verdadera y q falsa (único caso falso del condicional).</p> <p>6. d) tautología (su tabla da V en todos los casos).</p> <p>7. a) Es múltiplo de 3, por Modus Ponens.</p> <p>8. b) «No estudié», por Modus Tollens ($p \rightarrow q$ y $\neg q \Rightarrow \neg p$).</p> <p>9. d) $a \rightarrow c$, por silogismo hipotético.</p> <p>10. a) 40 es divisible entre 5 (Modus Ponens).</p> | <p>11. a) Sí hay descuento: $e \wedge (c \vee m) = V \wedge (F \vee V) = V$; basta ser estudiante y que sea martes.</p> <p>12. c) No se puede concluir (que no llueva no obliga a nada sobre el paraguas: podrías usarlo por otra razón).</p> <p>13. b) p y q tienen el mismo valor de verdad (el bicondicional es V cuando ambas partes coinciden: ambas V o ambas F).</p> <p>14. d) Me gradúo (silogismo hipotético + Modus Ponens).</p> <p>15. a) 15 no es múltiplo de 6 (Modus Tollens).</p> <p>16. a) Verdadera. «7 es par» es F y «8 es impar» es F; al coincidir ambas partes, $F \leftrightarrow F = V$.</p> <p>17. c) $p \wedge \neg p$: una proposición y su negación no pueden ser verdaderas a la vez, así que siempre es falsa (contradicción).</p> <p>18. b) exclusiva: se cumple una opción u otra, pero no las dos a la vez.</p> |
|---|---|

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). ACERTIJOS DE LÓGICA (5 REACTIVOS)

1. A **mentiroso**, B **veraz** (si A fuera veraz, «ambos mentirosos» lo haría mentiroso: contradicción).
2. A **mentiroso**, B **veraz** (si A fuera veraz, B también, pero B dice que A miente: contradicción).
3. **Ambos mentirosos** (si A fuera veraz, B sería veraz y su frase «somos distintos» sería falsa: contradicción).
4. C es **mentiroso** y B es **veraz**. Si C fuera veraz, su frase «B y yo somos del mismo tipo» sería cierta y B sería del mismo tipo —veraz—, pero B afirma que C miente: contradicción. Luego C miente, son de tipos distintos y B dice la verdad.
5. A **veraz** y B **veraz**. Si A mintiera, su frase «yo soy mentiroso o B es veraz» sería falsa, lo que exige que «A es mentiroso» sea falsa (A veraz): contradicción. Luego A es veraz, su disyunción es cierta y, como «A es mentiroso» es falsa, debe cumplirse el otro lado: B es veraz.

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

- | | | |
|---|--|--|
| 1. V. Contar y los sistemas de numeración son construcciones humanas que cambiaron con la historia. | 3. V. En 305, el 0 ocupa el lugar de las decenas e indica que no hay decenas. | 5. V. Los mayas usaron el cero (la concha) en su sistema posicional. |
| 2. F. El sistema romano no tiene un símbolo para el cero. | 4. F. Los mayas usaron base 20 y los babilonios base 60; no todas las culturas contaron de diez en diez. | 6. F. Depende de la posición: en 1 el «1» vale una unidad; en 100 vale cien. |

EJERCICIOS 2.1. CONTAR: CORRESPONDENCIA, CARDINAL Y ORDINAL (9 REATIVOS)

- | | |
|--|---|
| 1. 19, porque $5 \cdot 3 + 4 = 19$. | tantas sillas como invitados. |
| 2. Faltan 3 ovejas ($12 - 9 = 3$). | 7. «3. ^{er} piso» es <i>ordinal</i> ; «3 kg de manzanas» es <i>cardinal</i> . |
| 3. Cardinal (responde a «cuántos hay»). | 8. 22 bolsas ($5 + 5 + 5 + 5 + 2 = 22$); completó 4 grupos de cinco y le sobraron 2 rayas. |
| 4. Ordinal (responde a «en qué lugar»). | 9. Respuesta abierta. Al emparejar uno a uno se ve si una colección tiene igual, más o menos elementos que la otra, sin necesidad de nombrar «el número». |
| 5. Cuatro grupos de cinco y tres rayas sueltas: $5 \cdot 4 + 3 = 23$. | |
| 6. Que las dos colecciones tienen la misma cantidad: hay | |

EJERCICIOS 2.2. BASES Y TIPOS DE SISTEMA (10 REATIVOS)

- | | |
|--|---|
| 1. Egipto: c) Base 10. | del lugar). |
| 2. Mayas: a) Base 20. | 8. F. El sistema egipcio es aditivo, no posicional. |
| 3. Babilonia: b) Base 60. | 9. F. La base es el tamaño del grupo, no la cantidad de símbolos: los babilonios usaron base 60 con solo dos signos. |
| 4. V. Es un uso cardinal (responde a «cuántos hay»). | 10. Respuesta abierta. Ejemplo: al comprar huevos por doce na agrupo de doce en doce, o cuento el dinero en billetes de a cien ; agrupar deja contar y manejar cantidades grandes sin ir de uno en uno. |
| 5. V. Es un uso ordinal (responde a «en qué lugar»). | |
| 6. F. El egipcio es aditivo puro: los valores de los signos se <i>suman</i> sin importar el orden. | |
| 7. V. El sistema indoeuropeo es posicional (el valor depende | |

EJERCICIOS 2.3. EGIPCIO, BABILÓNICO Y MAYA (21 REATIVOS)

- | | |
|---|---|
| 1. 3 arcos (el signo del 10), porque $30 = 3 \cdot 10$. | 7. 105, porque $1 \cdot 60 + 45 = 105$. |
| 2. 11 signos: 3 espirales ($3 \cdot 100$), 2 arcos ($2 \cdot 10$) y 6 trazos ($6 \cdot 1$); $300 + 20 + 6 = 326$. | 8. 140, porque $2 \cdot 60 + 20 = 140$. |
| 3. 125, porque $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 125$. | 9. «4, 10»: $250 = 4 \cdot 60 + 10$. Verificación: $240 + 10 = 250$. |
| 4. El 32 lleva 3 arcos y 2 trazos (5 signos): $3 \cdot 10 + 2 = 32$. | 10. «3, 10»: $190 = 3 \cdot 60 + 10$. Verificación: $180 + 10 = 190$. |
| 5. 10 signos: 1 flor de loto (1000), 2 espirales ($2 \cdot 100$), 3 arcos ($3 \cdot 10$) y 4 trazos ($4 \cdot 1$); $1000 + 200 + 30 + 4 = 1234$. | 11. 13, porque $2 \cdot 5 + 3 = 13$ (un nivel). |
| 6. 3004, porque $3 \cdot 1000 + 4 \cdot 1 = 3004$ (no hay centenas ni decenas). | 12. 20, porque $1 \cdot 20 + 0 = 20$ (1 punto arriba y la concha abajo). |
| | 13. 28, porque arriba 1 punto = 20 y abajo «1 barra y 3 puntos» = $5 + 3 = 8$; $20 + 8 = 28$. |

14. 19, porque $3 \cdot 5 + 4 = 19$ (un nivel).
15. 87, porque arriba 4 puntos $= 4 \cdot 20 = 80$ y abajo «1 barra y 2 puntos» $= 5 + 2 = 7$: $80 + 7 = 87$.
16. Correcto: $1 \cdot 400 + 3 \cdot 20 + 5 = 400 + 60 + 5 = 465$ (el tercer nivel vale $20 \cdot 20 = 400$).
17. 40: dos niveles, $40 = 2 \cdot 20 + 0$. Arriba 2 puntos ($= 40$); abajo, una **concha** (el cero).
18. 96: $96 = 4 \cdot 20 + 16$. Arriba 4 puntos ($= 80$); abajo «3 barras y 1 punto» ($= 16$). En total $80 + 16 = 96$.
19. 100: $100 = 5 \cdot 20 + 0$. Arriba 1 barra ($= 5$, que en el segundo nivel vale $5 \cdot 20 = 100$); abajo, concha.

20. 401: $401 = 1 \cdot 400 + 0 \cdot 20 + 1$. Tres niveles 1 | concha | 1: 1 punto (arriba, vale 400), concha en el nivel intermedio (los veinte) y 1 punto abajo. La concha va en el **nivel de en medio**: sin ella, «1 punto arriba y 1 punto abajo» se leería 21, no 401.
21. Respuesta abierta. En un sistema *posicional* el valor de cada signo depende del lugar que ocupa, así que hace falta un símbolo —el cero— que marque una posición vacía; sin él no se distinguiría «1 punto, 1 punto» ($= 1 \cdot 20 + 1 = 21$) de «1 punto, concha, 1 punto» ($= 1 \cdot 400 + 1 = 401$). El egipcio, en cambio, es *aditivo*: cada signo vale lo mismo esté donde esté y los valores solo se suman, de modo que una potencia ausente simplemente no se dibuja y no hace falta marcar el hueco.

EJERCICIOS 2.4. NÚMERO, NUMERAL Y EL CERO (6 REACTIVOS)

1. Respuesta abierta válida; por ejemplo: «7», «VII» y «siete» (también valen siete puntos o siete rayitas).
2. Respuesta abierta; por ejemplo: «10», «diez» y **dos barras** (numeral maya). También es válido «X» en romano, que verás en la siguiente sección.
3. Respuesta abierta. El *número* es la idea de cantidad; el *numeral* es la forma de escribirla. Un mismo número admite varios numerales.
4. Respuesta abierta. El cero es un número (representa la

ausencia de cantidad) y además guarda el lugar de una posición vacía; por ejemplo, en 205 el 0 distingue ese número de 25.

5. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. El símbolo $+\infty$ no es un número ni un elemento del conjunto: solo indica que el conteo no termina; por eso se usan puntos suspensivos.
6. Respuesta abierta. Cardinal: «hay 30 estudiantes en el grupo» (cuántos hay). Ordinal: «llegué en 2.º lugar» (en qué lugar).

EJERCICIOS 2.5. SISTEMA ROMANO (23 REACTIVOS)

1. $4 = \text{IV}$.
2. $9 = \text{IX}$.
3. $12 = \text{XII}$.
4. $38 = \text{XXXVIII}$.
5. $40 = \text{XL}$.
6. $67 = \text{LXVII}$.
7. $90 = \text{XC}$.
8. $159 = \text{CLIX}$.
9. $2025 = \text{MMXXV}$.
10. $\text{XIV} = 14$.
11. $\text{XXVII} = 27$.
12. $\text{XLIX} = 49$.
13. $\text{LXXXVIII} = 88$.
14. $\text{CCXII} = 212$.
15. $\text{MCDXCII} = 1492$ ($\text{M} = 1000$, $\text{CD} = 400$, $\text{XC} = 90$, $\text{II} = 2$).

16. $444 = \text{CDXLIV}$ ($400 + 40 + 4 = \text{CD} + \text{XL} + \text{IV}$); ningún signo se repite más de tres veces.
17. $999 = \text{CMXCIX}$ ($900 + 90 + 9 = \text{CM} + \text{XC} + \text{IX}$).
18. Respuesta abierta (depende del año). Por ejemplo, $2009 = \text{MMIX}$; verifica leyendo al revés.
19. IIII repite el signo I cuatro veces, y un signo se repite a lo sumo tres veces. La forma correcta es IV (regla de sustracción: $5 - 1$).
20. IL es incorrecto: solo se resta I ante V y X (no ante L). El 49 se arma como $40 + 9 = \text{XL} + \text{IX} = \text{XLIX}$.
21. Respuesta abierta. En romano no hay valor posicional ni cero, así que sumar o multiplicar exige reagrupar y reescribir muchos signos; por ejemplo, $\text{MMXXV} + \text{III} = \text{MMXXVIII}$ frente al directo $2025 + 3 = 2028$ en indoa-rábigo.
22. $\overline{\text{IV}} = 4 \times 1000 = 4000$ (el vínculo multiplica por mil).
23. $8000 = 8 \times 1000 = \overline{\text{VIII}}$.

EJERCICIOS 2.6. VALOR POSICIONAL (17 REACTIVOS)

- $345 = 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 300 + 40 + 5$.
- $482 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 2 \cdot 1 = 400 + 80 + 2$.
- $7008 = 7 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 8 \cdot 1 = 7000 + 8$.
- $5070 = 5 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 5000 + 70$.
- El 3 está en las centenas: vale 300.
- El 7 está en los millares: vale 7000.
- $60,249 = 6 \cdot 10,000 + 0 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1 = 60,000 + 200 + 40 + 9$.
- $30,406 = 3 \cdot 10,000 + 0 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 30,000 + 400 + 6$.
- $4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 2 = 482$.
- $5 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 0 = 5070$.
- Mayor: 8530 (cifras de mayor a menor, con el 0 al final). Menor: 3058 (de menor a mayor, pero sin iniciar en 0, así que el 3 va primero y el 0 pasa a las centenas). Diferencia: $8530 - 3058 = 5472$.
- En 30406, el primer cero está en los millares (guarda esa posición vacía) y el segundo está en las decenas (no hay decenas). Ambos mantienen a las otras cifras en su lugar.
- $6 \cdot 10,000 + 0 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 60,050$.
- Porque el valor posicional cambia: $305 = 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5$, mientras que $35 = 3 \cdot 10 + 5$. Quitar el 0 mueve el 3 de las centenas a las decenas.
- Mayor de tres cifras distintas: $987 = 900 + 80 + 7$. Menor de tres cifras distintas (primera $\neq 0$): $102 = 100 + 0 + 2$.
- No valen lo mismo. En 444, el primer 4 vale 400 (centenas), el segundo 40 (decenas) y el tercero 4 (unidades); cada lugar vale diez veces el de su derecha.
- Respuesta abierta. Debe escribir un número real de su entorno y descomponerlo por posiciones; si tiene ceros, explicar qué lugar guardan. Ejemplo: $2010 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 2000 + 10$; los ceros guardan las centenas y las unidades vacías.

EJERCICIOS 2.7. EL ÁBACO (14 REACTIVOS)

- Centenas: 3; decenas: 1; unidades: 2 ($3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 2 = 312$).
- Centenas: 4; decenas: 0; unidades: 5 ($4 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 = 405$).
- Millares: 2; centenas: 0; decenas: 3; unidades: 0 ($2 \cdot 1000 + 3 \cdot 10 = 2030$).
- $4 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 = 4029$.
- $2 \cdot 100 = 200$ (con decenas y unidades en cero).
- Unidades: $2 + 5 = 7$; decenas: $1 + 4 = 5$; centenas: $3 + 1 = 4$. Resultado: $312 + 145 = 457$.
- Unidades: $4 + 5 = 9$; decenas: $3 + 2 = 5$; centenas: $2 + 1 = 3$. Resultado: $234 + 125 = 359$.
- Unidades: $7 - 5 = 2$; decenas: $5 - 4 = 1$; centenas: $4 - 1 = 3$. Resultado: $457 - 145 = 312$.
- Unidades: $9 + 4 = 13$ (dejo 3, llevo 1); decenas: $8 + 7 + 1 = 16$ (dejo 6, llevo 1); centenas: $1 + 0 + 1 = 2$. Resultado: $189 + 74 = 263$. Se llevó en unidades y en decenas.
- Préstamo a través del cero. Como las decenas están vacías, primero desempaqueto una centena en 10 decenas (quedan 3 centenas y 10 decenas) y luego una decena en 10 unidades (quedan 9 decenas). Unidades: $12 - 7 = 5$; decenas: $9 - 3 = 6$; centenas: $3 - 1 = 2$. Resultado: $402 - 137 = 265$.
- Préstamos. Unidades: $3 < 7$, pido prestado ($13 - 7 = 6$); decenas: quedan 1, $1 < 8$, pido prestado ($11 - 8 = 3$); centenas: quedan 4, $4 - 1 = 3$. Resultado: $523 - 187 = 336$.
- Unidades: $0 < 4$, pido prestado ($10 - 4 = 6$); decenas: quedan 2, $2 < 5$, pido prestado ($12 - 5 = 7$); centenas: quedan 5, $5 - 2 = 3$. Resultado: $630 - 254 = 376$.
- El error es de columna: el 7 debe ir en las **unidades**, no en las decenas; las decenas llevan 0 cuentas. Con 5 en centenas, 0 en decenas y 7 en unidades el ábaco lee 507.
- Respuesta abierta. «Llevar» es cambiar diez cuentas de una columna por una cuenta de la columna de la izquierda: equivale a empaquetar diez unidades de una posición en una unidad de la siguiente (el valor posicional en acción).

EJERCICIOS 2.8. PRÁCTICA INTEGRADORA (30 REACTIVOS)

BÁSICO

1. Egipto: base 10; maya: base 20; babilonios: base 60.
2. $1 \cdot 5 + 4 = 9$. Es el 9.
3. Respuesta abierta; por ejemplo: «5», «V» y cinco puntos «●●●●●».
4. Porque los dos ceros de 4007 guardan las centenas y las decenas: $4007 = 4000 + 7$, mientras que $47 = 40 + 7$. Quitar los ceros baja el 4 de los millares a las decenas; son números distintos.
5. $529 = 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 = 500 + 20 + 9$.
6. No termina: el conjunto $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ no tiene último elemento; siempre hay un natural más.
7. $1 \cdot 60 + 30 = 90$. Es el 90.
8. Sigue el 200; justo antes del 200 está el 199.
9. El 7 está en las centenas: vale 700.
10. De menor a mayor: $84 < 408 < 480 < 840$.

INTERMEDIO

11. $2024 = \text{MMXXIV}$ ($\text{MM} = 2000$, $\text{XX} = 20$, $\text{IV} = 4$); verificación: $2000 + 20 + 4 = 2024$.
12. $2 \cdot 20 + 12 = 52$ (arriba 2 puntos = 40; abajo «2 barras y 2 puntos» = $10 + 2 = 12$).
13. $3080 = 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 3000 + 80$. El 0 de las centenas y el de las unidades guardan esas posiciones vacías.
14. Brahmagupta: primeras reglas para operar con el cero (India). Fibonacci: difundió el sistema indoarábigo en Europa (*Liber Abaci*). Al-Juarismi: sistematizó y transmitió el cálculo con cifras indias (Bagdad). Los mayas: usaron el cero y un sistema vigesimal posicional.
15. Unidades: $2 + 6 = 8$; decenas: $4 + 3 = 7$; centenas: $3 + 2 = 5$. Resultado: $342 + 236 = 578$ (ninguna columna pasó de 9, así que no hubo acarreo).
16. En este libro $\mathbb{N}$ empieza en 1, así que el 0 **no** es elemento de $\mathbb{N}$ (sí lo es de $\mathbb{N}_0$). El 1,000,000 **sí** es natural: es un entero positivo, por grande que sea.
17. $60 = 3 \cdot 20 + 0$: arriba 3 puntos (valen 60); abajo concha (cero). Verificación: $3 \cdot 20 + 0 = 60$.
18. $40,507 = 4 \cdot 10,000 + 0 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 7 = 40,000 + 500 + 7$. Los ceros guardan los millares y las decenas vacías.
19. $156 + 27 = 183$. Unidades: $6 + 7 = 13$ (dejo 3, llevo 1); decenas: $5 + 2 + 1 = 8$; centenas: 1. Se llevó en las unidades.
20. $1999 = \text{M} + \text{CM} + \text{XC} + \text{IX} = \text{MCMXCIX}$; verificación: $1000 + 900 + 90 + 9 = 1999$.

AVANZADO

21. Respuesta abierta. Debe mostrar que, sin cero, dos cantidades distintas se escribirían igual; por ejemplo, sin el 0 no se podría diferenciar 25 de 205.
22. En egipcio, $88 = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 1$ requiere $8 + 8 = 16$ signos; en indoarábigo bastan 2 cifras («88»). Conviene el indoarábigo: con menos signos se escriben y operan números grandes.
23. $200 = 3 \cdot 60 + 20 \rightarrow \langle 3, 20 \rangle$; $84 = 1 \cdot 60 + 24 \rightarrow \langle 1, 24 \rangle$. Verificación: $3 \cdot 60 + 20 = 200$ y $1 \cdot 60 + 24 = 84$.
24. El maya es *posicional* (cada nivel vale veinte veces más; la concha guarda el lugar): el 40 es «2 puntos arriba y concha abajo». El romano es *aditivo*: $\text{XL} = 50 - 10 = 40$ se obtiene por suma y resta de valores fijos, sin valor posicional por niveles.
25. En maya, 33 se escribe en dos niveles: arriba 1 punto (= 20); abajo «2 barras y 3 puntos» (= 13); $20 + 13 = 33$. En romano, $33 = \text{XXXIII}$. La posición importa en el sistema maya (posicional), no en el romano (aditivo).
26. Respuesta abierta. Ejemplos válidos: la hora se divide en 60 minutos y el minuto en 60 segundos; la circunferencia mide $360^\circ = 6 \cdot 60$.
27. Base 60: $145 = 2 \cdot 60 + 25 \rightarrow \langle 2, 25 \rangle$; romano: $145 = \text{CXLV}$. La posición importa en base 60 (posicional), no en el romano (aditivo).
28. Egipcio: $333 = 3 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 3 \rightarrow 3 + 3 + 3 = 9$ signos; en indoarábigo, 3 cifras. El indoarábigo es más económico.
29. $6005 = 6 \cdot 1000 + 5$ y $605 = 6 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5$. Los dos ceros de 6005 corren el 6 a los millares; quitar uno cambia el número.
30. 900 segundos: un cuarto de hora son 15 minutos y cada minuto tiene 60 segundos (base 60 babilónica), así que $15 \cdot 60 = 900$.

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REACTIVOS)

- | | |
|---|---|
| 1. d) cardinal: responde a «cuántos hay», no a «en qué lugar». | 11. c) XCIV: $94 = 90 + 4 = XC + IV$ (no es VIC: solo se restan I, X y C ante los signos permitidos). |
| 2. b) 23 bolsas: cuatro grupos de cinco más tres sueltas, $4 \cdot 5 + 3 = 23$. | 12. d) 2410: $MM = 2000$, $CD = 400$, $X = 10$; $2000 + 400 + 10 = 2410$. |
| 3. a) el tamaño de los grupos con que se cuenta (no la cantidad de símbolos: los babilonios usaron base 60 con dos signos). | 13. b) 40,000: el 4 está en las decenas de millar. |
| 4. c) maya e indoarábigo: en ambos, el valor de cada signo depende de su posición. | 14. a) 424, llevando en unidades y en decenas: $6 + 8 = 14$ (dejo 4, llevo 1); $7 + 4 + 1 = 12$ (dejo 2, llevo 1); centenas $2 + 1 + 1 = 4$. |
| 5. c) 9 signos: 2 espirales ($2 \cdot 100$), 3 arcos ($3 \cdot 10$) y 4 trazos ($4 \cdot 1$); $200 + 30 + 4 = 234$. | 15. d) arriba 3 puntos ($3 \cdot 20 = 60$) y abajo 1 barra (= 5). Verificación: $60 + 5 = 65$. |
| 6. a) 195, porque $3 \cdot 60 + 15 = 180 + 15 = 195$. | 16. b) ordinal: indica el lugar que se ocupa (quinto), no «cuántos hay». |
| 7. b) 46: arriba 2 puntos = $2 \cdot 20 = 40$; abajo «1 barra y 1 punto» = $5 + 1 = 6$; $40 + 6 = 46$. | 17. c) por correspondencia: empareja uno a uno sin asignar un número; si sobra una piedra, falta una oveja. |
| 8. d) el 0: la concha guarda el lugar de las posiciones vacías. | 18. b) no cambia su valor: el sistema egipcio es aditivo (se suman los signos sin importar el orden), a diferencia de uno posicional. |
| 9. a) «5» y «V» son numerales del mismo número: la cantidad cinco. | |
| 10. b) $\{1, 2, 3, \dots\}$: en este libro $\mathbb{N}$ empieza en 1 y $+\infty$ no es un elemento. | |

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). EL PRINCIPIO DEL PALOMAR (6 REACTIVOS)

- Sí:** $30 > 12$ meses (de hecho al menos $\lceil 30/12 \rceil = 3$ coinciden).
- 8** personas (7 días +1).
- 4** calcetines (3 colores +1).
- Los saludos posibles de cada persona van de 0 a 49, pero 0 y 49 no pueden ocurrir a la vez (si alguien saludó a las 49, nadie quedó con 0 saludos). Quedan 49 valores posibles para 50 personas, así que por el principio del palomar **dos coinciden**.
- 11** dulces: con 5 sabores, $2 \times 5 = 10$ podrían salir solo en pares (dos de cada sabor); el dulce 11 obliga a que algún sabor reúna al menos 3 (regla $k + 1$, con $k = 2$).
- Sí:** $25 > 2 \times 12 = 24$, así que algún mes reúne al menos 3.

RETO (ENRIQUECIMIENTO). ¿CUÁL SISTEMA CONVIENE PARA EL COMERCIO?

- Convirtiendo a cifras: $MMXXV = 2025$ y $DCCLXVI = 766$; la suma es $2025 + 766 = 2791$, que de vuelta en romano es $MMDCCXCI$ ($2000 + 700 + 90 + 1$). Sumar «directo» en romano obliga a reagrupar y reescribir signos (por ejemplo, cinco I se cambian por una V), mientras que el sistema **posicional** permite sumar por columnas con acarreo: por eso conviene para el comercio.

CAPÍTULO 3. NÚMEROS ENTEROS, REALES, DIVISIBILIDAD Y FACTORIZACIÓN

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

- | | | |
|--|--|---|
| 1. V. Todo natural es entero: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. | 3. F. El cero es par: es divisible entre 2. | 5. V. Restar es sumar el opuesto: $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$. |
| 2. F. -3 es entero, pero no natural (los naturales empiezan en 1). | 4. V. El 7 tiene exactamente dos divisores: 1 y 7. | 6. F. π es irracional: ninguna fracción de enteros lo da exactamente. |

EJERCICIOS 3.1. CLASIFICACIÓN DE LOS REALES (18 REATIVOS)

Básico (a qué conjuntos pertenece cada número):

Número	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
1. 14	✓	✓	✓		✓
2. -30		✓	✓		✓
3. 0.8			✓		✓
4. $3.\overline{14}$			✓		✓
5. $\sqrt{11}$				✓	✓
6. $-\frac{9}{4}$			✓		✓
7. $\frac{3}{4}$			✓		✓
8. -7		✓	✓		✓
9. $\sqrt{9}$	✓	✓	✓		✓
10. $1.\overline{27}$			✓		✓

Nota. $\sqrt{9} = 3$ es natural; $1.\overline{27}$ es periódico, por lo tanto racional.

Intermedio (V o F, con justificación):

- | | |
|---|---|
| 11. V. Todo entero a es el cociente $a/1$, así que es racional.
12. F. -5 sí es real (vive en la recta numérica).
13. V. $\sqrt{2}$ es irracional, y todo irracional es real.
14. V. Esa es precisamente la definición de número racional ($b \neq 0$). | 15. F. Un decimal puede tener muchas cifras y ser periódico (racional).
16. F. $0.\overline{3}$ es periódico, por lo tanto racional ($= \frac{1}{3}$).
17. F. En este libro el 0 es entero, no natural.
18. V. $\sqrt{25} = 5$, que es natural. |
|---|---|

EJERCICIOS 3.2. LA RECTA NUMÉRICA (17 REATIVOS)

Básico:

- | | |
|---|---|
| 1. $-5 < -1 < 0 < 3 < 4$.
2. $6 > 0 > -2 > -3 > -8$.
3. $-10 < -7 < -2 < 0 < 5 < 7$.
4. Opuestos: $-9, 4, 0, 15$.
5. Opuestos: $12, -25, 1, -100$. | 6. $ -8 = 8; 6 = 6; 0 = 0; -20 = 20$.
7. $ -14 = 14; -1 = 1; 30 = 30; -100 = 100$.
8. $-7 < -3; 0 > -1$.
9. $-6 > -9; -1 < 1$. |
|---|---|

Intermedio y Avanzado:

- | | |
|--|--|
| 10. Sube 7 pisos (de -2 a 5). | 14. De menor a mayor: $-\$120 < -\$45 < \$80$. |
| 11. El cerro está más alto; la diferencia es $1250 - (-340) = 1590$ m. | 15. Por la izquierda: -6 ; por la derecha: 6 . |
| 12. -9°C es más fría (está más abajo en la recta). | 16. Son -9 y 9 : opuestos, cada uno a 9 unidades del 0, y la distancia entre ambos es $9 + 9 = 18$. |
| 13. De la más fría a la más cálida: -8°C , -3°C , -1°C , 0°C , 2°C . | 17. Cualquier par con $a < b$ y mayor valor absoluto en a ; por ejemplo, $a = -5$ y $b = 2$ ($-5 < 2$ y $ -5 = 5 > 2 = 2 $). |

EJERCICIOS 3.3. OPERACIONES CON ENTEROS E INVERSAS (22 REATIVOS)

Suma y resta (1–8):

- | | | | |
|----------|---------|----------|---------|
| 1. -15 | 3. 8 | 5. 4 | 7. -5 |
| 2. -5 | 4. 15 | 6. -19 | 8. 6 |

Multiplicación y división (9–16):

- | | | | |
|-----------|-----------|----------|-----------|
| 9. 63 | 11. -45 | 13. 9 | 15. -24 |
| 10. -42 | 12. -9 | 14. -6 | 16. -30 |

Problemas y operaciones inversas (17–22):

- | | |
|--|--|
| 17. $-150 + 200 = \$50$ (saldo a favor). | 21. <i>Avanzado.</i> Deshacer en orden inverso: $-27 \div 3 = -9$, $-9 + 4 = -5$. El número era -5 . |
| 18. $-3 - 5 = -8^\circ\text{C}$. | 22. <i>Avanzado.</i> Deshacer en orden inverso: $2 + 3 = 5$, $5 \cdot 4 = 20$. El número era 20 . |
| 19. $-18 + 7 = -11$ m (a 11 m de profundidad). | |
| 20. $8 - 15 + 4 = -3$ puntos. | |

EJERCICIOS 3.4. PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES (28 REATIVOS)

Básico (nombre de la propiedad):

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. Conmutativa de la suma. | 5. Distributiva. |
| 2. Asociativa de la multiplicación. | 6. Neutro multiplicativo (el 1). |
| 3. Neutro aditivo (el 0). | 7. Asociativa de la suma. |
| 4. Inverso aditivo (opuesto). | 8. Conmutativa de la multiplicación. |

Intermedio (cálculo mental):

- | | |
|--|---|
| 9. $4 \cdot 99 = 4 \cdot 100 - 4 = 396$. | 14. $2 \cdot 47 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot 47 = 470$. |
| 10. $25 \cdot 17 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 17 = 1700$. | 15. $6 \cdot 101 = 6 \cdot 100 + 6 = 606$. |
| 11. $8 \cdot 53 = 8 \cdot 50 + 8 \cdot 3 = 424$. | 16. $4 \cdot 25 \cdot 7 = (4 \cdot 25) \cdot 7 = 700$. |
| 12. $36 + (-9) + 4 = (36 + 4) - 9 = 31$. | 17. $9 \cdot (40 + 5) = 9 \cdot 40 + 9 \cdot 5 = 405$. |
| 13. $5 \cdot 98 = 5 \cdot 100 - 10 = 490$. | 18. $50 + (-13) + 50 = (50 + 50) - 13 = 87$. |

Avanzado:

19. $98 \cdot 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 10,000 - 4 = 9996$.

20. **Sí.** $(-1) \cdot a$ es el opuesto de a : $a + (-1) \cdot a = 1 \cdot a + (-1) \cdot a = (1 + (-1)) \cdot a = 0 \cdot a = 0$, y el número que sumado a a da 0 es, por definición, su inverso aditivo (opuesto).

Relacionar columnas (21–28): la propiedad que justifica cada igualdad.

- | | |
|-------------------------|--|
| 21. B) Asociativa. | 25. A) Conmutativa. |
| 22. C) Distributiva. | 26. E) Neutro multiplicativo. |
| 23. F) Inverso aditivo. | 27. G) Inverso multiplicativo ($4 \cdot \frac{1}{4} = 1$). |
| 24. D) Neutro aditivo. | 28. G) Inverso multiplicativo ($\frac{1}{9} \cdot 9 = 1$). |

EJERCICIOS 3.5. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD (21 REACTIVOS)

Básico:

- 540: divisible entre 2, 3, 5, 9 y 10 (suma de cifras = 9; termina en 0).
- 837: divisible entre 3 y 9 (suma = 18); no entre 2 ni 5.
- 416: divisible entre 2 y 4 (16 es múltiplo de 4); no entre 3.
- 1725: divisible entre 3 y 5 (suma = 15, termina en 5); no entre 9.
- 308: divisible entre 2 y 4 (08 es múltiplo de 4); no entre 3.
- 580: divisible entre 2, 4, 5 y 10 (par, termina en 0, 80 es múltiplo de 4).
- Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.
- Divisores de 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.
- Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
- Divisores de 100: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100.

Intermedio (entre cuáles de 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11):

- | | |
|---|---|
| 11. 90: entre 2, 3, 5, 6, 9 y 10 (suma = 9; par; termina en 0). No entre 4, 8, 11. | 15. 720: entre 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10 ($720 = 8 \times 90$). No entre 11. |
| 12. 135: entre 3, 5 y 9 (suma = 9; termina en 5). No entre 2, 4, 6, 8, 10, 11. | 16. 945: entre 3, 5 y 9 (suma = 18; termina en 5). No entre 2, 4, 6, 8, 10, 11. |
| 13. 264: entre 2, 3, 4, 6, 8 y 11 ($264 = 8 \times 33 = 11 \times 24$; suma alternada $4 - 6 + 2 = 0$). No entre 5, 9, 10. | 17. 1296: entre 2, 3, 4, 6, 8 y 9 ($1296 = 8 \times 162$; suma = 18). No entre 5, 10, 11. |
| 14. 450: entre 2, 3, 5, 6, 9 y 10. No entre 4, 8, 11. | 18. 3600: entre 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10 ($3600 = 8 \times 450$). No entre 11. |

Avanzado:

- Suma conocida $4 + 2 = 6$; el dígito faltante debe completar un múltiplo de 3. Puede ser 0, 3, 6 o 9.
- Suma conocida $7 + 0 = 7$; para múltiplo de 9, el total debe ser 9: el único dígito es 2 (da 720).
- No existe: un número divisible entre 10 debe terminar en 0, y $2 \square 5$ termina en 5.

EJERCICIOS 3.6. PRIMOS Y FACTORIZACIÓN (22 REACTIVOS)

Básico:

$$1. 13: P; 21: C (3 \cdot 7); 29: P; 33: C (3 \cdot 11).$$

$$2. 2: P; 9: C (3^2); 17: P; 25: C (5^2).$$

$$3. \text{Primos entre 20 y 40: } 23, 29, 31, 37.$$

$$4. \text{Primos entre 40 y 60: } 41, 43, 47, 53, 59.$$

$$5. \text{F. Contraejemplo: 9 es impar pero compuesto } (9 = 3^2); \text{ también } 15, 21, 33.$$

$$6. 36 = 2^2 \cdot 3^2.$$

Intermedio:

$$7. 51 = 3 \cdot 17 (\text{compuesto}); 57 = 3 \cdot 19 (\text{compuesto}).$$

$$8. 91 = 7 \cdot 13 (\text{compuesto}); 119 = 7 \cdot 17 (\text{compuesto}).$$

$$9. 121 = 11^2.$$

$$10. 169 = 13^2.$$

$$11. 182 = 2 \cdot 7 \cdot 13.$$

$$12. 289 = 17^2.$$

$$13. 385 = 5 \cdot 7 \cdot 11.$$

$$14. 144 = 2^4 \cdot 3^2.$$

Avanzado:

$$15. 306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17.$$

$$16. 408 = 2^3 \cdot 3 \cdot 17.$$

$$17. 441 = 3^2 \cdot 7^2.$$

$$18. 507 = 3 \cdot 13^2.$$

$$19. 529 = 23^2.$$

$$20. 343 = 7^3.$$

$$21. 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5.$$

$$22. 825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11.$$

EJERCICIOS 3.7. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD) (12 REACTIVOS)

Básico (por inspección):

$$1. \text{MCD}(15, 30) = 15.$$

$$2. \text{MCD}(8, 12) = 4.$$

$$3. \text{MCD}(20, 28) = 4.$$

$$4. \text{Primos relativos: } 8 \text{ y } 9 (\text{MCD} = 1) \text{ y } 10 \text{ y } 21 (\text{MCD} = 1); \text{ no lo son } 12 \text{ y } 18 (\text{MCD} = 6).$$

Intermedio (por factores primos, menor exponente):

$$5. \text{MCD}(40, 72) = 8 \ (2^3).$$

$$6. \text{MCD}(56, 84) = 28 \ (2^2 \cdot 7).$$

$$7. \text{MCD}(90, 150) = 30 \ (2 \cdot 3 \cdot 5).$$

Avanzado:

$$8. \text{El otro número es } 48: \text{ como } \text{MCD} \cdot \text{MCM} = a \cdot b, \\ 8 \cdot 240 = 40 \cdot b, \text{ así } b = 1920 \div 40 = 48.$$

$$9. \text{MCD}(18, 27, 45) = 9.$$

Problemas (10–12):

$$10. \text{MCD}(40, 64) = 8: 8 \text{ paquetes, cada uno con } 5 \text{ lápices y } 8 \text{ plumas.}$$

$$11. \text{MCD}(60, 84) = 12: \text{ trozos de } 12 \text{ cm; salen } 5 + 7 = 12 \text{ trozos en total.}$$

$$12. \text{MCD}(36, 60) = 12: 12 \text{ bolsas, cada una con } 3 \text{ chocolates y } 5 \text{ dulces.}$$

EJERCICIOS 3.8. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM) (13 REACTIVOS)

Básico (por inspección):

1. $\text{MCM}(7, 14) = 14$.

2. $\text{MCM}(6, 10) = 30$ ($2 \cdot 3 \cdot 5$).

3. $\text{MCM}(8, 10) = 40$.

Intermedio (por factores primos, mayor exponente):

4. $\text{MCM}(10, 12) = 60$ ($2^2 \cdot 3 \cdot 5$).

5. $\text{MCM}(15, 18) = 90$ ($2 \cdot 3^2 \cdot 5$).

6. $\text{MCM}(14, 20) = 140$ ($2^2 \cdot 5 \cdot 7$).

Avanzado:

7. 121: debe ser 1 más que un múltiplo común de 6, 8 y 10; el menor múltiplo común es $\text{MCM}(6, 8, 10) = 120$, así

que el número es $120 + 1 = 121$.

8. $\text{MCM}(9, 12, 15) = 180$ ($2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$).

Problemas (9–11):

9. $\text{MCM}(12, 18) = 36$: vuelven a salir juntas 36 min después, a las 7 h 36 min.

10. $\text{MCM}(6, 8) = 24$: vuelven a coincidir en 24 horas.

11. $\text{MCM}(4, 6, 9) = 36$: coinciden cada 36 segundos.

MCD y MCM juntos (12–13):

12. $\text{MCD}(12, 18, 30) = 6$; $\text{MCM}(12, 18, 30) = 180$.

13. $\text{MCD}(10, 15, 25) = 5$; $\text{MCM}(10, 15, 25) = 150$.

EJERCICIOS 3.9. PRÁCTICA INTEGRADORA (30 REACTIVOS)

Básico

1. -8 es entero, racional y real (no es natural).

2. $(-9) + 5 = -4$.

3. $(-6) \cdot (-7) = 42$.

4. $-56 \div 8 = -7$.

5. Sí: la suma de cifras de 432 es 9, múltiplo de 3.

6. $72 = 2^3 \cdot 3^2$.

7. Son 6 divisores: todos los de 12.

8. $\text{MCD}(20, 30) = 10$.

9. $|-15| = 15$ y $|0| = 0$.

10. Suma de cifras: $1 + 2 + 8 + 7 = 18$, múltiplo de 3; sí, $1287 = 3 \cdot 429$ es divisible entre 3.

11. $\text{MCM}(6, 8) = 24$.

Intermedio

12. $-7 < -3 < 0 < 2 < 5$.

13. $-28 \div 4 = -7$. El número era -7 .

14. Propiedad distributiva.

15. $204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$.

16. $\text{MCD}(60, 84) = 12$ ($2^2 \cdot 3$).

17. $\text{MCM}(9, 12) = 36$ ($2^2 \cdot 3^2$).

18. Sí: la suma de cifras de 1305 es 9, múltiplo de 9.

19. $(-4) \cdot 5 = -20$; $-20 + (-3) = -23$.

20. El opuesto de -12 es 12; el de 7 es -7 .

21. $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Avanzado

22. **Irracional:** el bloque de cifras no se repite con un periodo fijo (cada vez hay un cero más), así que el decimal es infinito y no periódico.
23. $MCD = 18$ y $MCM = 108$; $18 \cdot 108 = 1944$ y $36 \cdot 54 = 1944$. Se cumple la igualdad.
24. $MCD(84, 126) = 42$: cuadrados de 42 m de lado; salen $2 \times 3 = 6$ cuadrados.
25. $MCM(9, 15, 20) = 180$: coinciden de nuevo a los 180 segundos (3 minutos).
26. El otro número es 30: por $MCD \cdot MCM = a \cdot b$, $6 \cdot 120 = 24 \cdot b$, así $b = 720 \div 24 = 30$.
27. 363: debe ser 3 más que un múltiplo común de 8, 9 y 10; el menor múltiplo común es $MCM(8, 9, 10) = 360$, así que el número es $360 + 3 = 363$.
28. $MCM(36, 48) = 144$ dientes: el de 36 da $144 \div 36 = 4$ vueltas y el de 48 da $144 \div 48 = 3$ vueltas.
29. $MCD(24, 36) = 12$ y $MCM(24, 36) = 72$; $12 \cdot 72 = 864 = 24 \cdot 36$. Se cumple.
30. $MCM(12, 18, 30) = 180$ min = 3 h: vuelven a salir juntos a las **9:00**.

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REATIVOS)

1. c) $\sqrt{5}$: su decimal es infinito y no periódico ($0.\overline{12}$, $\frac{7}{3}$ y $\sqrt{9} = 3$ son racionales).
2. a) $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$: -11 es entero (y por tanto racional y real), pero no es natural ni irracional.
3. d) $-6 < -2 < 1$: entre negativos, el de mayor valor absoluto es el menor.
4. b) 14 y 14: el opuesto cambia el signo y el valor absoluto es la distancia al cero.
5. d) 6 y 13: $(-9) + 15 = 6$ y $7 - (-6) = 7 + 6 = 13$.
6. a) 36: signos iguales dan positivo.
7. c) -12 : signos distintos dan negativo.
8. b) \$45 a favor: $-60 + 150 - 45 = 45$.
9. b) -9 : $36 \div (-4) = -9$ (comprobación: $(-9) \cdot (-4) = 36$).
10. d) distributiva: el factor se reparte sobre la suma.
11. a) 2, 3, 5 y 10: termina en 0 y sus cifras suman 12 (múltiplo de 3, no de 9); sus dos últimas cifras, 10, no son múltiplo de 4.
12. c) 89: es primo ($87 = 3 \cdot 29$, $91 = 7 \cdot 13$ y $93 = 3 \cdot 31$ son compuestos).
13. b) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ (comprobación: $4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$).
14. d) 18 paquetes: $54 = 2 \cdot 3^3$ y $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; primos comunes con menor exponente: $2 \cdot 3^2$, así que $MCD(54, 90) = 18$ (cada paquete con 3 cuadernos y 5 lápices).
15. a) 60 minutos: $MCM(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.
16. c) 60 ($MCM(4, 6, 10) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$).
17. d) $|-8| > |-3|$ ($8 > 3$); las otras afirmaciones son falsas.
18. a) $MCD(36, 60) = 12$ y $MCM(36, 60) = 180$ ($36 = 2^2 \cdot 3^2$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$).

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). TRUCOS DE DIVISIBILIDAD Y LA PRUEBA DEL NUEVE (5 REATIVOS)

1. **Sí:** $375 - 2(2) = 371$; $37 - 2(1) = 35$, múltiplo de 7 ($3752 = 7 \times 536$).
2. **Pasa:** $248 \rightarrow 5$, $15 \rightarrow 6$, $5 \times 6 = 30 \rightarrow 3$; $3720 \rightarrow 3$. Coinciden (y $248 \times 15 = 3720$).
3. **1, 4 o 7** (la suma $4 + 1 + \text{hueco} + 6$ debe ser 12, 15 o 18).
4. **1.** Las potencias de 7 terminan en 7, 9, 3, 1 (ciclo de 4) y 100 es múltiplo de 4.
5. **846** ($8 = 2 \times 4$; termina en 6; $8 + 4 + 6 = 18$, divisible entre 9).

CAPÍTULO 4. FRACCIONES, PROPORCIONES Y PORCENTAJES

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

- | | |
|--|--|
| 1. V. Si la pizza se parte en 8 rebanadas iguales y comes 3, comiste $\frac{3}{8}$. | 4. V. El 50 % de \$80 es $\frac{50}{100} \times 80 = \40 . |
| 2. F. $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$: a más partes, cada parte es más pequeña. | 5. V. A doble de lápices, doble de precio (proporción directa): \$10 $\rightarrow$ \$20. |
| 3. V. $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$. | 6. V. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$: son fracciones equivalentes. |

EJERCICIOS 4.1. IDENTIFICAR Y CLASIFICAR FRACCIONES (9 REATIVOS)

RECONOCER

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1. Numerador 3, denominador 7. | 4. $\frac{3}{8}$. |
| 2. $\frac{5}{8}$. | |
| 3. $\frac{3}{4}$. | 5. 4 botellas (porque $4 \times \frac{1}{4} = 1$). |

CLASIFICAR

- | | |
|--|--------------------------------|
| 6. $\frac{3}{5}$: propia. | 8. $\frac{7}{7}$: entero = 1. |
| 7. $\frac{9}{4}$: impropia = $2\frac{1}{4}$. | 9. $\frac{2}{9}$: propia. |

EJERCICIOS 4.2. FRACCIONES MIXTAS E IMPROPIAS (12 REATIVOS)

DE IMPROPIA A MIXTA

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1. $3\frac{1}{2}$. | 3. $3\frac{1}{4}$. | 5. $3\frac{3}{8}$. |
| 2. $3\frac{2}{5}$. | 4. $4\frac{2}{5}$. | 6. $5\frac{1}{3}$. |

DE MIXTA A IMPROPIA

- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| 7. $\frac{11}{4}$. | 9. $\frac{15}{4}$. | 11. $\frac{13}{3}$. |
| 8. $\frac{12}{5}$. | 10. $\frac{13}{8}$. | 12. $\frac{31}{6}$. |

EJERCICIOS 4.3. FRACCIONES EQUIVALENTES Y SIMPLIFICACIÓN (24 REATIVOS)

EQUIVALENTES

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1. $\square = 2$. | 4. $\square = 2$. | 7. $\square = 24$. |
| 2. $\square = 6$. | 5. $\square = 2$. | 8. $\square = 48$. |
| 3. $\square = 6$. | 6. $\square = 5$. | |

ENTEROS A FRACCIÓN

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 9. $\square = 15 (3 \cdot 5)$. | 11. $\square = 15 (5 \cdot 3)$. | 13. $\square = 8 (1 \cdot 8)$. |
| 10. $\square = 8 (2 \cdot 4)$. | 12. $\square = 24 (4 \cdot 6)$. | 14. $\square = 12 (6 \cdot 2)$. |

SIMPLIFICAR

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 15. $\frac{3}{4}$. | 18. $\frac{2}{3}$. | 21. $\frac{1}{5}$. |
| 16. $\frac{3}{4}$. | 19. $\frac{2}{3}$. | 22. $\frac{1}{6}$. |
| 17. $\frac{2}{3}$. | 20. $\frac{1}{5}$. | |

RAZONAMIENTO

23. **Falso.** $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ y $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$: no valen lo mismo. Que numerador y denominador compartan *algún* factor no vuelve equivalentes a dos fracciones; lo serían solo si al simplificarlas se llegara a la misma fracción irreducible.
24. **A veces.** Funciona cuando ambos términos son pares y la fracción se reduce con puros factores 2 (p. ej. $\frac{8}{12} \rightarrow \frac{4}{6} \rightarrow \frac{2}{3}$); falla cuando hace falta otro divisor (p. ej. $\frac{9}{15}$, que se simplifica entre 3: $\frac{3}{5}$).

Nota. Actividad «Sombrea y descubre la fracción equivalente» (celdas sombreadas de las totales = fracción simplificada): a) 20 de 30 ($\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$); b) 18 de 24 ($\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$); c) 8 de 20 ($\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$); d) 20 de 24 ($\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$); e) 9 de 24 ($\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$); f) 40 de 100 (40% = $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$).

EJERCICIOS 4.4. COMPARACIÓN Y CONVERSIÓN A ENTERO (16 REACTIVOS)

CONVERTIR A ENTERO

- | | |
|-------|-------|
| 1. 2. | 3. 3. |
| 2. 3. | 4. 7. |

COMPARAR

- | | |
|---|--|
| 5. $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$. | 9. $\frac{4}{7} > \frac{5}{9}$ (cruzados: $4 \cdot 9 = 36 > 5 \cdot 7 = 35$). |
| 6. $\frac{5}{8} > \frac{1}{2}$. | 10. $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$. |
| 7. $\frac{7}{12} < \frac{2}{3}$. | 11. $\frac{5}{8} < 1$. |
| 8. $\frac{4}{7} > \frac{4}{9}$ (mismo numerador: gana la de menor denominador). | 12. $\frac{5}{8} > 0.6$ ($\frac{5}{8} = 0.625$). |

ORDENAR Y RAZONAR

- | | |
|--|--|
| 13. $\frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8}$ (en veinticuatroavos: $\frac{18}{24}, \frac{20}{24}, \frac{21}{24}$). | 15. $\frac{7}{12}$ (entre $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ y $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$). |
| 14. Verdadero. $\frac{7}{10} = 0.7$ y $0.7 > 0.68$. | 16. Luis. $\frac{2}{5} = 0.4 > \frac{3}{8} = 0.375$. |

EJERCICIOS 4.5. SUMA Y RESTA DE FRACCIONES (38 REACTIVOS)

NIVEL 1 – MISMO DENOMINADOR

- | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| 1. $\frac{3}{3} = 1$. | 3. $\frac{12}{12} = 1$. | 5. $\frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$. |
| 2. $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. | 4. $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. | 6. $\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$. |

NIVEL 2 – UN DENOMINADOR ES MÚLTIPLO DEL OTRO

$$7. \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}.$$

$$8. \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$9. \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$10. \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}.$$

$$11. \frac{7}{12} + \frac{3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

$$12. \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}.$$

NIVEL 3 – CONVIERTE LAS DOS (MCM)

$$13. \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}.$$

$$14. \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}.$$

$$15. \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}.$$

$$16. \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}.$$

$$17. \frac{9}{30} + \frac{4}{30} = \frac{13}{30}.$$

$$18. \frac{15}{24} + \frac{4}{24} = \frac{19}{24}.$$

$$19. \frac{8}{18} + \frac{3}{18} = \frac{11}{18}.$$

NIVEL 4 – TRES O CUATRO FRACCIONES

$$20. \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1.$$

$$21. \frac{4}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

$$22. \frac{4}{6} + \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$23. \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}.$$

$$24. \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 2.$$

$$25. \frac{6}{8} - \frac{4}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}.$$

$$26. \frac{6}{24} + \frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{17}{24}.$$

CON ENTEROS

$$27. \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}.$$

$$28. \frac{1}{8} + \frac{24}{8} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}.$$

$$29. \frac{49}{7} - \frac{1}{7} = \frac{48}{7} = 6\frac{6}{7}.$$

$$30. \frac{20}{4} - \frac{3}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}.$$

$$31. \frac{12}{6} + \frac{5}{6} = \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}.$$

$$32. \frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

RETOS – NÚMEROS MIXTOS

$$33. \frac{13}{4} + \frac{23}{4} = \frac{36}{4} = 9.$$

$$34. \frac{10}{4} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

$$35. \frac{10}{6} + \frac{17}{6} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

$$36. \frac{42}{10} - \frac{15}{10} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}.$$

$$37. \frac{18}{8} + \frac{13}{8} = \frac{31}{8} = 3\frac{7}{8}.$$

$$38. \frac{20}{6} - \frac{11}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

EJERCICIOS 4.6. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES (13 REACTIVOS)

$$1. \frac{2}{15}.$$

$$2. \frac{1}{2}.$$

$$3. \frac{1}{4} \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} : \text{cancela 5 y 3} \right).$$

$$4. \frac{1}{6}.$$

$$5. \frac{1}{21}.$$

$$6. 12 \left(\frac{2}{5} \times 30 = \frac{60}{5} \right).$$

$$7. 21 \left(\frac{3}{8} \times 56 = \frac{168}{8} \right).$$

$$8. \$350 \left(\frac{5}{6} \times 420 = \frac{2100}{6} \right).$$

$$9. 2.$$

$$10. \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

$$11. 6.$$

$$12. \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$13. 1.$$

EJERCICIOS 4.7. OPERACIONES COMBINADAS (13 REACTIVOS)

BÁSICO

$$1. \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

$$2. \frac{3}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{3} = \frac{13}{24}.$$

$$3. \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{6} - \frac{1}{5} = \frac{19}{30}.$$

$$4. \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \cdot 2 = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}.$$

$$5. \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{6}{5} = \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1.$$

$$6. 2 \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) = 2 \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

INTERMEDIO

$$7. \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

$$8. \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

$$9. \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2.$$

$$10. \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \frac{5}{2} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{3}.$$

$$11. \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

$$12. \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{2}.$$

AVANZADO

$$13. \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ del litro.}$$

EJERCICIOS 4.8. CONVERSIONES (FRACCIÓN ↔ DECIMAL ↔ PORCENTAJE) (26 REATIVOS)

No.	Fracción	Decimal	Porcentaje
1	$\frac{1}{2}$	0.5	50 %
2	$\frac{1}{4}$	0.25	25 %
3	$\frac{3}{4}$	0.75	75 %
4	$\frac{1}{5}$	0.2	20 %
5	$\frac{1}{10}$	0.1	10 %
6	$\frac{2}{5}$	0.4	40 %
7	$\frac{1}{8}$	0.125	12.5 %
8	$\frac{3}{5}$	0.6	60 %
9	$\frac{1}{5}$	0.2	20 %
10	$\frac{7}{10}$	0.7	70 %
11	$\frac{1}{20}$	0.05	5 %
12	$\frac{1}{2}$	0.5	50 %

Decimales exactos y periódicos.

$$13. \frac{1}{3} = 0.\overline{3} \text{ (periódico).}$$

$$14. \frac{3}{8} = 0.375 \text{ (exacto).}$$

$$15. \frac{2}{3} = 0.\overline{6} \text{ (periódico).}$$

$$16. \frac{5}{6} = 0.8\overline{3} \text{ (periódico).}$$

$$17. \frac{4}{9} = 0.\overline{4} \text{ (periódico).}$$

$$18. \frac{7}{20} = 0.35 \text{ (exacto).}$$

$$19. \frac{1}{9} = 0.\overline{1} \text{ (periódico).}$$

$$20. \frac{11}{4} = 2.75 \text{ (exacto).}$$

Relaciona fracción y porcentaje.

21. d) 50 %.

23. b) 75 %.

25. f) 40 %.

22. a) 25 %.

24. c) 20 %.

26. e) 30 %.

Nota. Actividad «Sombrea la fracción o el porcentaje»: a) sombrear 3 de las 4 partes ($\frac{3}{4}$); b) 2 de las 5 partes ($\frac{2}{5}$); c) 30 casillas de la cuadrícula 10×10 ($30\% = \frac{3}{10} = 0.3$); d) 45 casillas ($45\% = \frac{9}{20} = 0.45$).

EJERCICIOS 4.9. RAZÓN (14 REATIVOS)

ESCRIBIR Y SIMPLIFICAR

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $15 : 25 = 3 : 5$. | 3. $2 : 3$. | 5. $45 : 60 = 3 : 4$. |
| 2. $8 : 12 = 2 : 3$. | 4. $18 : 30 = 3 : 5$. | 6. $24 : 18 = 4 : 3$. |

REPARTOS

- | | |
|--|--|
| 7. \$200 y \$400 ($2 : 4$: 6 partes de \$100). | 9. \$360 y \$480 ($3 : 4$: 7 partes de \$120). |
| 8. \$200, \$300 y \$500 (10 partes de \$100). | 10. \$150, \$300 y \$450 ($1 : 2 : 3$: 6 partes de \$150). |

TÉRMINO FALTANTE Y RAZONAMIENTO

- | | |
|---|---|
| 11. 15 L de blanca ($6 \times \frac{5}{2} = 15$). | 13. Antecedente 15, consecuente 25. |
| 12. 16 computadoras ($40 \times \frac{2}{5} = 16$). | 14. Verdadero: $6 : 8 = 3 : 4$ y $9 : 12 = 3 : 4$; ambas se reducen a la misma razón. |

EJERCICIOS 4.10. PROPORCIÓN DIRECTA E INVERSA (11 REACTIVOS)

DIRECTA

- | | | |
|----------------|-----------------------|------------|
| 1. \$105. | 3. 50 m^2 . | 5. \$152. |
| 2. 500 piezas. | 4. \$1800. | 6. 300 km. |

INVERSA

- | | | |
|-------------|---------------------|--------------|
| 7. 16 días. | 9. 20 trabajadores. | 11. 8 horas. |
| 8. 30 días. | 10. 8 horas. | |

EJERCICIOS 4.11. PORCENTAJES BÁSICOS Y TASAS (12 REACTIVOS)

BÁSICO

- | | | |
|---------|--------|--------|
| 1. 21. | 4. 30. | 7. 37. |
| 2. 21. | 5. 30. | 8. 18. |
| 3. 9.8. | 6. 10. | 9. 12. |

HALLAR LA TASA

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 10. 75 %. | 11. 80 %. | 12. 80 %. |
|-----------|-----------|-----------|

EJERCICIOS 4.12. DESCUENTOS, AUMENTOS Y TOTALES (14 REACTIVOS)

DESCUENTOS, IVA Y PROPINA

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1. \$72. | 3. \$928 (800×1.16). | 5. \$1392 (1200×1.16). |
| 2. \$150 (descuento de \$50). | 4. \$368 (propina de \$48). | 6. \$5800 (5000×1.16). |

AUMENTOS

7. \$3300.

8. \$7280 (6500×1.12).

9. \$4860 (4500×1.08).

10. \$5775 ($5000 \times 1.10 \times 1.05$; no es un 15 % directo, que daría \$5750).

HALLAR LA TASA O EL TOTAL

11. 80.

12. \$240.

13. 10 % ($\frac{2640-2400}{2400} = \frac{240}{2400} = 0.10$).

14. 20 % ($\frac{300-250}{250} = \frac{50}{250} = 0.20$).

EJERCICIOS 4.13. DESCUENTOS SUCEIVOS E IVA (7 REATIVOS)

1. \$1440 ($2000 \rightarrow 1600 \rightarrow 1440$).

2. \$2436 ($3000 \rightarrow 2100$; con IVA $2100 \times 1.16 = 2436$).

3. \$469.80 ($450 \rightarrow 405$; con IVA $405 \times 1.16 = 469.80$).

4. \$870 ($1250 \times 0.60 = 750$; con IVA $750 \times 1.16 = 870$).

5. \$1147.50 ($1500 \times 0.90 = 1350$; $1350 \times 0.85 = 1147.50$).

6. \$835.20 ($960 \times 0.75 = 720$; con IVA $720 \times 1.16 = 835.20$).

7. \$900. Se pagó el $0.85 \times 0.80 = 0.68$ del precio de etiqueta x , así que $x = 612 \div 0.68 = 900$. (Comprobación: $900 \times 0.85 \times 0.80 = 612$.)

EJERCICIOS 4.14. PRÁCTICA INTEGRADORA (30 REATIVOS)

BÁSICO

1. $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

2. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

3. 50 %.

4. \$5.

5. $\square = 10 (2 = \frac{10}{5})$.

6. \$18.

7. $\square = 6 (\frac{3}{4} = \frac{6}{8})$.

8. 0.75.

9. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

10. \$20.

INTERMEDIO

11. $\frac{11}{12}$.

12. $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

13. 37.5 %.

14. \$152.

15. \$180 (descuento de \$60).

16. 8 horas.

17. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.

18. $0.65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$.

19. 25 %.

20. \$371.20 (320×1.16).

21. 15 estudiantes ($\frac{3}{8}$ de 40).

AVANZADO

22. No es lo mismo. Con \$1000: tras el primer 15 % queda \$850; sobre ese, otro 15 % deja \$722.50 ($1000 \times 0.85 \times 0.85 = 0.7225 \times 1000$). Un 30 % directo daría \$700. Equivale a un 27.75 % de descuento, no al 30 %: cada descuento se aplica a una cantidad ya menor.

23. Conviene $\frac{1}{5}$, porque $\frac{1}{5} = 20\% > 18\%$. Para un artículo de \$500: con $\frac{1}{5}$ se paga \$400; con 18 % se paga \$410.

24. $\frac{3}{4} \times \frac{18}{12} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ tazas de azúcar.

25. Lucía recibe \$14,000. (Mateo recibe \$6000 por \$30,000

invertidos, es decir, $\frac{1}{5}$ de lo invertido; Lucía recibe $\frac{1}{5}$ de \$70,000 = \$14,000.)

26. \$300, \$600 y \$800. Se unifican las razones: Ana : Bruno = 1 : 2 = 3 : 6 y Bruno : Carla = 3 : 4 = 6 : 8, luego Ana : Bruno : Carla = 3 : 6 : 8 ($3 + 6 + 8 = 17$ partes). $1700 \div 17 = 100$, así que \$300, \$600 y \$800.

27. \$600. El precio con IVA es el 116 % del precio sin IVA: $696 \div 1.16 = 600$. (Comprobación: $600 \times 1.16 = 696$.)

28. $(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \div \frac{11}{6} = \frac{11}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

29. 9 días más. La obra completa son $6 \times 10 = 60$ pintor-días. En 4 días los 6 pintores hacen $6 \times 4 = 24$ pintor-días; faltan $60 - 24 = 36$, que 4 pintores cubren en $36 \div 4 = 9$ días más.
30. Se paga \$918 y equivale a un 23.5 % de descuento. $1200 \times 0.85 = 1020$ y $1020 \times 0.90 = 918$; como $0.85 \times 0.90 = 0.765$, se paga el 76.5 %, es decir, un descuento del 23.5 %.

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REACTIVOS)

1. c) El denominador indica en cuántas partes iguales se divide la unidad.
2. a) Impropia ($9 > 4$); como $9 \div 4 = 2$ con residuo 1, equivale a $2\frac{1}{4}$.
3. b) $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ (se divide entre el MCD, que es 12; $\frac{6}{8}$ aún no es mínima).
4. d) $\frac{5}{6}$. Por productos cruzados: $5 \cdot 9 = 45$ y $7 \cdot 6 = 42$; como $45 > 42$, gana $\frac{5}{6}$.
5. a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$; $\frac{7}{10} - \frac{1}{4} = \frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$.
6. c) $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} = \frac{40}{180} = \frac{2}{9}$.
7. d) $\frac{7}{10} \div \frac{14}{5} = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14} = \frac{35}{140} = \frac{1}{4}$.
8. b) $\frac{2}{3}$ de 90 = 60; $\frac{3}{8}$ de 64 = 24.
9. d) $7 \div 8 = 0.875$, y $0.875 \times 100 = 87.5\%$.
10. a) $\frac{5}{6} = 0.8\bar{3}$ es periódico (el 3 se repite); $\frac{3}{8} = 0.375$, $\frac{7}{20} = 0.35$ y $\frac{9}{25} = 0.36$ son exactos.
11. b) \$140. Proporción directa: $\frac{6}{84} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{84 \cdot 10}{6} = 140$.
12. c) 12 días. Proporción inversa: $4 \cdot 18 = 6 \cdot x \Rightarrow x = \frac{72}{6} = 12$.
13. b) \$816: tras el 20 %, $1200 \rightarrow 960$; sobre ese, el 15 % deja $960 \rightarrow 816$. No equivale a un 35 % directo (que daría \$780) ni a un 30 % (que daría \$840): cada descuento se aplica a una cantidad ya menor.
14. a) 75 %: $\frac{45}{60} \times 100 = 0.75 \times 100 = 75$.
15. d) \$200: el precio con IVA es el 116 % del precio sin IVA, así que $x = \frac{232}{1.16} = 200$. (Restar 16 % a \$232 daría \$194.88: error, porque el IVA se calculó sobre el precio sin IVA.)
16. b) $4 \cdot \frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{12}{3} = 4$.
17. d) \$70. El 20 % de \$350 es $0.20 \times 350 = 70$.
18. a) \$120. Proporción directa: $80 \div 4 = \$20$ por kilogramo; $20 \times 6 = \$120$.

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). PORCENTAJES ENCADENADOS Y REPARTOS (6 REACTIVOS)

1. **No:** $1.10 \times 0.90 = 0.99$; el precio queda 1 % por *debajo* del original.
2. **40 %:** $0.75 \times 0.80 = 0.60$, es decir, se paga el 60 %.
3. **20 %:** si el precio se multiplicó por 1.25, para volver hay que multiplicar por $\frac{1}{1.25} = 0.80$; es decir, bajar el 20 % (no el 25 %).
4. **\$500:** el precio de lista x cumple $x \times 0.85 \times 1.16 = 493$, y como $0.85 \times 1.16 = 0.986$, se tiene $x = 493 \div 0.986 = \$500$.
5. **50 personas:** si x es el total, $0.60x - 5 = 0.50x \Rightarrow 0.10x = 5 \Rightarrow x = 50$ (30 mujeres y 20 hombres).
6. **30 integrantes** ($18 = \frac{3}{5}x \Rightarrow x = 30$); **12 hombres**.

CAPÍTULO 5. POTENCIAS, EXPONENTES Y RADICALES

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

1. V 2. F ($10^3 = 1000$) 3. V 4. V 5. V 6. F (da 1, con base $\neq 0$).

EJERCICIOS 5.1. POTENCIAS Y SU SIGNO (24 REACTIVOS)

Básico.

- | | | |
|---------------|---------------------------------------|-----------------|
| 1. $4^2 = 16$ | 5. $10^3 = 1000$ | 9. $5^4 = 625$ |
| 2. $2^5 = 32$ | 6. $9^2 = 81$ | 10. $3^5 = 243$ |
| 3. $3^3 = 27$ | 7. Base 7, exponente 2, potencia 49. | |
| 4. $6^2 = 36$ | 8. Base 2, exponente 7, potencia 128. | |

Intermedio.

- | | | |
|---------------------|-------------------|-----------------------|
| 11. $2^{10} = 1024$ | 14. $2^8 = 256$ | 17. $(-4)^2 = 16$ |
| 12. $1^9 = 1$ | 15. $(-1)^8 = 1$ | 18. $(-10)^3 = -1000$ |
| 13. $12^2 = 144$ | 16. $(-1)^7 = -1$ | |

Avanzado.

- | | |
|--|--|
| 19. 3^n ; como $3^5 = 243$ y $3^6 = 729$, rebasa 500 en la 6. ^a hora (la potencia es 3^6). | la paridad alterna el signo y el valor absoluto siempre crece; solo coinciden si $m = n$. |
| 20. Las unidades de $2^1, 2^2, \dots$ ciclan 2, 4, 8, 6 (periodo 4); como $50 = 4 \cdot 12 + 2$, 2^{50} termina en 4. | 23. $-3^4 = -81$ y $(-3)^4 = 81$. Difieren porque en -3^4 el signo no se eleva (es el negativo de 81); en $(-3)^4$ la base es -3 y, con exponente par, da positivo. |
| 21. $9^{21} = (3^2)^{21} = 3^{42}$; como $42 > 40$, $9^{21} > 3^{40}$. | 24. $-5^2 = -25$ y $(-5)^2 = 25$. Misma razón: el paréntesis decide si el signo entra a la potencia. |
| 22. No: los valores 4, -8 , 16, -32 , ... nunca se repiten, pues | |

EJERCICIOS 5.2. POTENCIA DE UN PRODUCTO Y DE UN COCIENTE (20 REACTIVOS)

Básico.

- | | | |
|---------------------------------|--|---|
| 1. $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ | 5. $(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$ | 8. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ |
| 2. $(2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100$ | 6. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ | 9. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$ |
| 3. $(3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$ | 7. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ | 10. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ |
| 4. $(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$ | | |

Intermedio.

- | | |
|--|---|
| 11. $(4 \cdot 5)^2 = 4^2 \cdot 5^2 = 16 \cdot 25 = 400$ (y $20^2 = 400$). | 14. $(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$ y $2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$: coinciden. |
| 12. $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$ | 15. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ y $\frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$: coinciden. |
| 13. $(2 \cdot 5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625 = 10,000 = 10^4$ | |

Avanzado.

- | | |
|---|---|
| 16. $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$: por la regla del producto al revés. | regla reparte sobre un <i>producto</i> , no sobre una <i>suma</i> . |
| 17. No. $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$, pero $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. La | 18. $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$; el lado del cuadrado mide 6 cm. |

19. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$: el exponente se reparte entre numerador y denominador.
20. Como $(2 \cdot 5)^n = 10^n$, se busca $10^n = 100,000 = 10^5$; por tanto $n = 5$.

EJERCICIOS 5.3. REGLAS Y EXPONENTES ESPECIALES (25 REACTIVOS)

Básico.

- | | | |
|---|-------------------------------------|-----------------|
| 1. $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$ | 6. $\frac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$ | 9. $5^0 = 1$ |
| 2. $5^2 \cdot 5^3 = 5^5 = 3125$ | 7. $\frac{5^4}{5^1} = 5^3 = 125$ | 10. $10^0 = 1$ |
| 3. $3^4 \cdot 3^2 = 3^6 = 729$ | 8. $\frac{10^5}{10^3} = 10^2 = 100$ | 11. $2^0 = 1$ |
| 4. $10^2 \cdot 10^4 = 10^6 = 1,000,000$ | | 12. $100^0 = 1$ |
| 5. $\frac{2^8}{2^5} = 2^3 = 8$ | | |

Intermedio.

- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| 13. $(2^3)^2 = 2^6 = 64$ | 16. $(5^2)^2 = 5^4 = 625$ | 18. $2^{-4} = \frac{1}{16}$ |
| 14. $(10^2)^3 = 10^6 = 1,000,000$ | 17. $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001$ | 19. $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$ |
| 15. $(3^2)^2 = 3^4 = 81$ | | |

Avanzado.

- | | |
|--|--|
| 20. $\frac{2^5 \cdot 2^5}{2^4} = \frac{2^{10}}{2^4} = 2^6 = 64$ | 23. Falso. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ (positivo), no -8 . |
| 21. No. Las bases son distintas, así que no se suman exponentes: $2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$ (no 6^5). | 24. Verdadero. $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0.01$. |
| 22. $(7^2)^2 = 7^4 = 2401$ | 25. $2^{10} + 2^{10} = 2 \cdot 2^{10} = 2^{11}$; entonces $\frac{2^{11}}{2^9} = 2^2 = 4$ (ojo: es una <i>suma</i> , no un producto de potencias). |

Nota. Actividad «Sube de nivel: combina reglas y bases» (cierre de la sección de reglas): a) $\frac{3^8 5^8}{5^5 3^3} = 3^5 \cdot 5^3 = 30,375$; b) $(5^{-3} 3^{-4})(3^{-9} 5^{-9}) = 5^{-12} \cdot 3^{-13} = \frac{1}{5^{12} 3^{13}}$; c) $\frac{2^{-7} 5^{-13}}{5^{-15} 2^{-13}} = 2^6 \cdot 5^2 = 1600$; d) $3^7 2^{-4} 3^{-9} 2^{-9} = 3^{-2} \cdot 2^{-13} = \frac{1}{3^2 2^{13}} = \frac{1}{73,728}$; e) $\frac{3^7 5^{-8}}{5^{-5} 3^{-3}} = 3^{10} \cdot 5^{-3} = \frac{3^{10}}{5^3} = \frac{59,049}{125}$; f) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^{-2} = \left(\frac{9}{400}\right)^{-2} = \left(\frac{400}{9}\right)^2 = \frac{160,000}{81}$.

Nota. Actividad «Identifica las partes de la raíz» (en la sección de radicación): $\sqrt{49} \rightarrow$ índice 2, radicando 49, resultado 7; $\sqrt[3]{27} \rightarrow$ índice 3, radicando 27, resultado 3; $\sqrt[4]{16} \rightarrow$ índice 4, radicando 16, resultado 2; $\sqrt[5]{32} \rightarrow$ índice 5, radicando 32, resultado 2.

EJERCICIOS 5.4. RAÍCES: CÁLCULO, CANCELACIÓN Y ESTIMACIÓN (24 REACTIVOS)

Básico.

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1. $\sqrt{4} = 2$ | 4. $\sqrt{25} = 5$ | 7. $\sqrt{64} = 8$ |
| 2. $\sqrt{9} = 3$ | 5. $\sqrt{36} = 6$ | 8. $\sqrt{81} = 9$ |
| 3. $\sqrt{16} = 4$ | 6. $\sqrt{49} = 7$ | |

Intermedio.

9. $\sqrt[3]{8} = 2$	12. $\sqrt[3]{125} = 5$	15. $\sqrt[4]{81} = 3$
10. $\sqrt[3]{27} = 3$	13. $\sqrt[3]{1000} = 10$	16. $\sqrt[3]{32} = 2$
11. $\sqrt[3]{64} = 4$	14. $\sqrt[4]{16} = 2$	

Avanzado.

17. $\sqrt{225} = 15$; el lado mide 15 m.	21. $\sqrt{5}$: entre 2 y 3.
18. $\sqrt[3]{125} = 5$; la arista mide 5 cm.	22. $\sqrt{10}$: entre 3 y 4.
19. Como $36 = 6^2$, entonces $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$: la raíz cuadrada cancela el cuadrado y queda la base 6.	23. $\sqrt{20}$: entre 4 y 5.
20. $\sqrt{2}$: entre 1 y 2.	24. $\sqrt{50}$: entre 7 y 8.

EJERCICIOS 5.5. MULTIPLICAR Y DIVIDIR RAÍCES DEL MISMO ÍNDICE (17 REATIVOS)

Básico.

1. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$	3. $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{36} = 6$	5. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$
2. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$	4. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$	6. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{100} = 10$

Intermedio.

7. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$	9. $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$	11. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$
8. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$	10. $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}} = \sqrt{100} = 10$	12. $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

Avanzado.

13. $\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$	16. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$: la regla del cociente junta los radicandos y luego se simplifica.
14. $\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}$	17. $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{128}{2}} = \sqrt{64} = 8$: el lado del terreno es 8 veces el de la jardinera.
15. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$	

EJERCICIOS 5.6. SIMPLIFICAR RAÍCES NO EXACTAS (25 REATIVOS)

Básico.

1. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$	5. $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$	9. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
2. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$	6. $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	10. $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$
3. $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$	7. $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$	
4. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$	8. $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	

Intermedio.

11. $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

12. $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

13. $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

14. $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

15. $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

16. $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

17. $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

18. $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

Avanzado.

19. $\sqrt{18} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

20. $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

21. $\sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

22. $\sqrt{75} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

23. $\sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

24. $\sqrt{32} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

25. $\sqrt{3200} = \sqrt{1600 \cdot 2} = 40\sqrt{2} \approx 57 \text{ m (el lado del piso).}$

EJERCICIOS 5.7. EXPONENTES FRACCIONARIOS Y RADICALES (28 REACTIVOS)**Básico.**

1. $9^{1/2} = \sqrt{9} = 3$

2. $4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$

3. $25^{1/2} = \sqrt{25} = 5$

4. $8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$

5. $27^{1/3} = \sqrt[3]{27} = 3$

6. $16^{1/4} = \sqrt[4]{16} = 2$

7. $\sqrt{5} = 5^{1/2}$

8. $\sqrt[3]{7} = 7^{1/3}$

9. $36^{1/2} = \sqrt{36} = 6$

10. $64^{1/3} = \sqrt[3]{64} = 4$

Intermedio.

11. $8^{2/3} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

12. $27^{2/3} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$

13. $4^{3/2} = (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$

14. $9^{3/2} = (\sqrt{9})^3 = 3^3 = 27$

15. $16^{3/4} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$

16. $32^{2/5} = (\sqrt[5]{32})^2 = 2^2 = 4$

17. $100^{1/2} = \sqrt{100} = 10$

18. $1000^{1/3} = \sqrt[3]{1000} = 10$

Avanzado.

19. $16^{3/2} = (\sqrt{16})^3 = 4^3 = 64$

20. $125^{2/3} = (\sqrt[3]{125})^2 = 5^2 = 25$

21. $81^{3/4} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$

22. $49^{3/2} = (\sqrt{49})^3 = 7^3 = 343$

23. $\sqrt{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[6]{a}$ (se multiplican los índices: $2 \cdot 3 = 6$).

24. $\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$ (porque $3^6 = 729$; también $\sqrt{729} = 27$ y $\sqrt[3]{27} = 3$).

25. $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$ (o bien $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{4} = 2$).

26. $9^{1/2} \cdot 9^{1/2} = 9^{1/2+1/2} = 9^1 = 9$ (también $3 \cdot 3 = 9$).

27. Porque $(a^{1/2})^2 = a^{(1/2) \cdot 2} = a^1 = a$: $a^{1/2}$ es el número que, al cuadrado, da a , y eso es la raíz cuadrada de a .

28. $512^{1/3} = \sqrt[3]{512} = 8$; la arista mide 8 m (porque $8^3 = 512$).

EJERCICIOS 5.8. PRÁCTICA INTEGRADORA (33 REACTIVOS)**Básico.**

- | | | |
|--------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| 1. $2^4 = 16$ | 4. $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$ | 6. $\sqrt[3]{27} = 3$ |
| 2. $\sqrt{81} = 9$ | | 7. $5^2 = 25$ |
| 3. $3^0 = 1$ | 5. $(-2)^3 = -8$ | 8. $\sqrt{64} = 8$ |

Intermedio.

- | | |
|---|---|
| 9. $\frac{2^7}{2^3} = 2^4 = 16$ | 17. $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ |
| 10. $(3^2)^2 = 3^4 = 81$ | 18. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$ |
| 11. $5^{-2} = \frac{1}{25}$ | 19. $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{49} = 7$ |
| 12. $-4^2 = -16$ y $(-4)^2 = 16$: el paréntesis hace que el signo entre a la potencia. | 20. $9^{1/2} = 3$ |
| 13. $\sqrt{121} = 11$ | 21. $8^{2/3} = 4$ |
| 14. $\sqrt{40}$ está entre 6 y 7 (porque $6^2 = 36$ y $7^2 = 49$). | 22. $\sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ |
| 15. $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ (y $2^2 \cdot 3^2 = 36$). | 23. $\frac{10^4}{10^2} = 10^2 = 100$ |
| 16. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ | |

Avanzado.

- | | |
|--|--|
| 24. $\frac{(2^3)^2 \cdot 2^{-4}}{2^3} = \frac{2^6 \cdot 2^{-4}}{2^3} = 2^{6-4-3} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$. | fracción. |
| 25. $\sqrt{\frac{50}{2}} + 8^{2/3} = \sqrt{25} + (\sqrt[3]{8})^2 = 5 + 4 = 9$. | 30. $16^{3/4} + 27^{2/3} = (\sqrt[4]{16})^3 + (\sqrt[3]{27})^2 = 2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$. |
| 26. Arista: $\sqrt[3]{216} = 6$; mide 6 cm. Área de una cara: $6^2 = 36 \text{ cm}^2$. | 31. Orden: $10^{-1} = 0.1 < 2^3 = 8 < 3^2 = 9 < \sqrt{100} = 10$. |
| 27. $\frac{6^2 \cdot 6^0}{6^{-1} \cdot 6^3} = 6^{(2+0)-(-1+3)} = 6^{2-2} = 6^0 = 1$. | 32. Capas: $2^{10} = 1024$. Grosor: $1024 \times 0.1 = 102.4 \text{ mm}$ ($\approx 10.2 \text{ cm}$). |
| 28. $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{8} = 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$. | 33. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$ (los índices se multiplican, $2 \cdot 3 = 6$; también $\sqrt{64} = 8$ y $\sqrt[3]{8} = 2$). |
| 29. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$: el exponente negativo invierte la | |

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REACTIVOS)

- | | |
|--|--|
| 1. a) 4: en a^n el exponente es n ; la base es 3 y la potencia es 81. | 6. b) 5^6 : potencia de una potencia, los exponentes se multiplican. |
| 2. d) 16: base negativa con exponente par da resultado positivo. | 7. d) 1000: $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000$ (en efecto, 10^3). |
| 3. b) $-3^2 = -9$ y $(-3)^2 = 9$: el paréntesis decide si el signo entra a la potencia. | 8. c) 1: todo número distinto de cero elevado a 0 vale 1. |
| 4. c) 4^5 : producto de la misma base, los exponentes se suman ($4^5 = 1024$). | 9. a) $\frac{1}{8}$: $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$; el exponente negativo indica recíproco, no signo. |
| 5. b) 49: $\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2 = 49$. | 10. d) 64: el radicando es el número dentro del radical (el índice es 3 y la raíz es 4). |
| | 11. b) entre 7 y 8: $7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2$. |

12. c) $5\sqrt{5}: \sqrt{45} + \sqrt{20} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.
13. a) $9: \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$.
14. d) $125: 25^{3/2} = (\sqrt{25})^3 = 5^3 = 125$.
15. c) $2^6 = 64$ bacterias (la potencia 2^n cuenta las n duplicaciones).
16. a) $5\sqrt{2}: \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$.
17. d) $4: 8^{2/3} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$.
18. a) 5^4 : cociente de la misma base, los exponentes se restan ($6 - 2 = 4$).

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). EXPONENTES CON TRUCO (5 REACTIVOS)

- $2^{40} = (2^8)^5 = 256^5$ y $3^{25} = (3^5)^5 = 243^5$; como $256 > 243$, gana 2^{40} .
- $4^3 = 2^6$, así que $2^x \cdot 2^6 = 2^{11} \Rightarrow x + 6 = 11 \Rightarrow x = 5$.
- $2^{10} \cdot 5^7 = 2^3 \cdot (2 \cdot 5)^7 = 8 \times 10^7$: tiene 8 cifras.
- Las unidades de $3^1, 3^2, \dots$ ciclan 3, 9, 7, 1 (periodo 4); como $2026 = 4 \cdot 506 + 2$, 3^{2026} termina en 9.
- No son iguales:** $(2^2)^3 = 2^6 = 64$, pero $2^{(2^3)} = 2^8 = 256$. El orden de los exponentes importa.

RETO. LA LEYENDA DEL AJEDREZ (2 REACTIVOS)

- Décima casilla: $2^9 = 512$ granos. La casilla n tiene 2^{n-1} granos porque la casilla 1 tiene $2^0 = 1$; error frecuente: responder $2^{10} = 1024$.
- Se busca la primera casilla con $2^{n-1} > 10^6$: como $2^{19} = 524,288 < 10^6 < 2^{20} = 1,048,576$, ocurre por primera vez en la casilla 21.

PARA LOS CURIOSOS. ACERCARTE A UNA RAÍZ SIN CALCULADORA (2 REACTIVOS)

- $\sqrt{20}$ desde 4: $20 \div 4 = 5$, promedio $\frac{4+5}{2} = 4.5$. Si repites el paso desde 4.5 obtienes ≈ 4.47 (el valor real es $\sqrt{20} \approx 4.47$).
- $\sqrt{72}$ desde 8: $72 \div 8 = 9$, promedio $\frac{8+9}{2} = 8.5$. Si repites el paso desde 8.5 obtienes ≈ 8.485 (el valor real es $\sqrt{72} \approx 8.485$).

CAPÍTULO 6. MEDICIÓN, MAGNITUDES Y NOTACIÓN CIENTÍFICA

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

1. V	2. V
3. F (1 km = 1000 m)	4. V
5. V	6. F (se multiplica por 100)

EJERCICIOS 6.1. RELACIONA INSTRUMENTO Y MAGNITUD (8 REACTIVOS)

1. b (longitud) 2. d (masa) 3. a (tiempo) 4. c (temperatura) 5. e (rapidez) 6. f (volumen/capacidad) 7. g (corriente eléctrica) 8. b (longitud/distancia).

Las opciones **h** (densidad) e **i** (intensidad luminosa) no corresponden a ningún instrumento de la lista.

EJERCICIOS 6.2. MAGNITUDES, UNIDADES Y ARGUMENTACIÓN (10 REACTIVOS)

Fundamental (F) o derivada (D): 1. F 2. D 3. F 4. D 5. D 6. F.

Unidad del SI y argumento:

- 7. El metro (m); la estatura es una longitud.
- 8. El kilogramo (kg); la mochila se mide por su masa.
- 9. El segundo (s) o, en la práctica, minutos; es una duración (tiempo).
- 10. Porque «80» es solo un número: no indica la unidad. Sin unidad no se sabe si son centímetros, metros o cualquier otra cosa, así que no es una medida.

EJERCICIOS 6.3. CONVERSIÓN DE LONGITUD Y MASA (19 REACTIVOS)

1. 5000 m	2. 2.5 km	3. 3.5 m	4. 400 cm
5. 7.5 cm	6. 80 mm	7. 2500 g	8. 2.5 kg
9. 0.5 g	10. 3000 kg	11. 750 m	12. 125 m
13. 1400 mm	14. 0.35 kg	15. 250,000 mg	16. 0.105 km
17. 127 cm (50×2.54)	18. ≈ 425 g ($15 \times 28.35 = 425.25$)	19. ≈ 18.9 L ($5 \times 3.785 = 18.925$)	

EJERCICIOS 6.4. TIEMPO, CAPACIDAD Y VELOCIDAD (12 REACTIVOS)

1. 7200 s	2. 3 h	3. 5400 s	4. 2500 mL
5. 3 L	6. 1500 cm ³	7. 20 m/s	8. 108 km/h
9. 90 min	10. 1,100,000 mL	11. 1 h 30 min 45 s	12. 2 h 30 min 15 s

EJERCICIOS 6.5. ÁREAS Y VOLÚMENES (10 REACTIVOS)

1. 10,000 cm ²	2. 30,000 cm ²	3. 5 m ²
4. 1,000,000 cm ³	5. 2000 L	6. 5000 cm ³
7. 1,000,000 m ²	8. 25,000 cm ²	9. 400,000 cm ²
10. 60,000 L		

EJERCICIOS 6.6. DE DECIMAL A NOTACIÓN CIENTÍFICA (20 REACTIVOS)

1. 3.1×10^9	2. 4.56×10^7	3. 2×10^{-4}
4. 3.1×10^{-6}	5. 7.39×10^7	6. 5.48×10^{-5}
7. 2.358×10^9	8. 5.97×10^{-8}	9. 2.548×10^8
10. 4.5×10^{-4}	11. 6.02×10^{12}	12. 9×10^{-8}
13. 7×10^3	14. 5×10^{-2}	15. 9.84×10^5
16. 7.02×10^{-4}	17. 1.3×10^8 personas	18. 8×10^{-5} m
19. 3.844×10^8 m (384,400 km = 384,400,000 m)	20. 1.2×10^{-7} m	

EJERCICIOS 6.7. DE NOTACIÓN CIENTÍFICA A DECIMAL (12 REACTIVOS)

1. 0.000,003,4	2. 47,200	3. 0.007
4. 250,000	5. 0.091	6. 1,080,000
7. 0.000,63	8. 0.000,053 (5.3×10^{-5})	9. 38,500 (3.85×10^4)
10. 20,000,000	11. 0.15	12. 42,000 (4.2×10^4)

EJERCICIOS 6.8. NORMALIZA EL COEFICIENTE (6 REACTIVOS)

1. 7.4×10^6	2. 7×10^5	3. 2.48×10^{-1}
4. 4.5×10^6	5. 1.5×10^{-6}	6. 9.2×10^{-3}

EJERCICIOS 6.9. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN EN NOTACIÓN CIENTÍFICA (10 REACTIVOS)

1. 7.13×10^{11}	2. 5.1×10^{-14}
3. 8×10^7	4. 1.5×10^{-5}
5. 4.2×10^6	6. 2.2×10^{-6}
7. 3×10^{-3}	8. 3×10^8
9. $2 \times 10^2 = 200 \text{ s } (\frac{4 \times 10^3}{2 \times 10^1})$	10. $7.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

EJERCICIOS 6.10. SUMA Y RESTA EN NOTACIÓN CIENTÍFICA (9 REACTIVOS)

1. 5.11×10^6	2. 1.1×10^{-5}	3. 1×10^9
4. 5×10^3	5. 7.7×10^{-2}	6. 5×10^7

Avanzado (primero se igualan los exponentes):

- 7. 1.27×10^6 . Igualando a 10^6 : $0.23 \times 10^6 = 0.23 \times 10^6$ y $25 \times 10^5 = 2.5 \times 10^6$, de modo que $4 - 0.23 - 2.5 = 1.27$; resultado 1.27×10^6 .
- 8. 3.11×10^{-3} . Igualando a 10^{-3} : $8.1 \times 10^{-4} = 0.81 \times 10^{-3}$, y $0.81 + 2.3 = 3.11$; resultado 3.11×10^{-3} .
- 9. 2.332×10^3 . Igualando a 10^3 : $3.02 \times 10^2 = 0.302 \times 10^3$, y $2.03 + 0.302 = 2.332$; resultado 2.332×10^3 .

EJERCICIOS 6.11. RAZONES, PROPORCIONES Y TASAS (10 REACTIVOS)

1. 800 mujeres ($1800 \cdot \frac{4}{9}$)	2. Juan tiene 21 años ($35 \cdot \frac{3}{5}$)
3. $x = 12$	4. $x = 28$
5. \$120	6. 300 km
7. \$18 por kg	8. 600 km
9. 25 L/min	10. \$18/kg el de 2 kg y \$17/kg el de 5 kg: conviene el de 5 kg.

EJERCICIOS 6.12. ESCALAS DE MAPAS Y PLANOS (12 REATIVOS)

1. 144 km	2. 135 km	3. 4.5 km
4. 8 m	5. 1000 m	6. 8 cm en el plano
7. 8 cm en el mapa	8. $1 : 2500$ ($150 \text{ m} = 15,000 \text{ cm}$; $15000 \div 6 = 2500$)	9. $1 : 50,000$ ($3 \text{ km} = 300,000 \text{ cm}$; $300000 \div 6 = 50,000$)
10. 24 cm ($48 \text{ m} = 4800 \text{ cm}$; $4800 \div 200$)	11. 30 cm ($26.1 \text{ m} = 2610 \text{ cm}$; $2610 \div 87$)	12. Real: $40 \text{ m} \times 25 \text{ m}$; área $= 1000 \text{ m}^2$

Nota reactivo 12. La escala se aplica a cada longitud: $8 \times 500 = 4000 \text{ cm} = 40 \text{ m}$ y $5 \times 500 = 2500 \text{ cm} = 25 \text{ m}$; el área real es $40 \times 25 = 1000 \text{ m}^2$, no $8 \times 5 \times 500 = 20,000 \text{ cm}^2$. Al pasar de dibujo a realidad el factor lineal es 500, pero el de área es $500^2 = 250,000$.

EJERCICIOS 6.13. PRÁCTICA INTEGRADORA (24 REATIVOS)

Básico:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. El kilogramo (kg). | 4. 5.2×10^4 . | 7. 5 m. |
| 2. 3000 m. | 5. 0.008. | 8. 7×10^{-4} . |
| 3. 4 kg. | 6. 9 gatos. | |

Intermedio:

- | | |
|---|---|
| 9. 25 m/s. | 14. $900,000,000 \text{ J} = 9 \times 10^8 \text{ J}$. |
| 10. 90 km/h. | 15. $144,000 \text{ L}$ ($12 \times 6 \times 2 = 144 \text{ m}^3 = 144,000 \text{ L}$). |
| 11. 30 m/s. | 16. 6×10^2 ($((3 \times 2) \times 10^{4-2})$). |
| 12. \$18,000 al año $= 1.8 \times 10^4$ pesos. | 17. 4 km ($8 \text{ cm} \times 50,000 = 400,000 \text{ cm} = 4 \text{ km}$). |
| 13. 3 días (proporción inversa: a más albañiles, menos días). | |

Avanzado:

18. Grosor de una hoja: $5 \text{ cm} \div 500 = 0.01 \text{ cm} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$; para 1 km: $10^3 \div 10^{-4} = 1 \times 10^7$ hojas.
19. Coche A: $20 \text{ L} \rightarrow \480 ; coche B: $30 \text{ L} \rightarrow \720 (a \$24 el litro). Conviene el A: gasta menos combustible (rinde más km/L) y ahorra \$240.
20. 160 d ($3.84 \times 10^8 \text{ m} = 3.84 \times 10^5 \text{ km}$; $3.84 \times 10^5 \text{ km} \div 100 \text{ km/h} = 3840 \text{ h} \div 24$).
21. Respuesta abierta. Se espera el milímetro (mm) o el micrómetro (μm), con una precisión de décimas o centésimas, porque una hoja es muy delgada; medir muchas hojas juntas y dividir mejora la precisión.
22. $5 \times 10^2 \text{ s}$ ($1.5 \times 10^{11} \text{ m} \div 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 500 \text{ s}$).
23. $1200 \text{ m}^3 = 1.2 \times 10^6 \text{ L}$ ($20 \times 15 \times 4 = 1200 \text{ m}^3$; $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$).
24. 16 ha (lado real $2 \times 20,000 = 40,000 \text{ cm} = 400 \text{ m}$; área $400 \times 400 = 160,000 \text{ m}^2 = 16 \text{ ha}$).

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REATIVOS)

- | | |
|--|---|
| 1. c) Le falta la unidad: una medida es <i>número + unidad</i> . | 4. d) 4 h 15 min: los minutos dan $45 + 30 = 75 = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$; las horas, $2 + 1 + 1 = 4$. |
| 2. b) La rapidez (longitud $\div$ tiempo) es derivada; la masa, el tiempo y la longitud son fundamentales. | 5. b) 15 m/s ($54 \div 3.6$; o bien $54,000 \text{ m} \div 3600 \text{ s}$). |
| 3. a) 3200 m (3.2×1000). | 6. d) $30,000 \text{ cm}^2$ ($3 \times 100^2 = 3 \times 10,000$). |

- | | |
|--|--|
| 7. c) 1200 L ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$, así que 1.2×1000). | 13. b) \$24 por kilogramo ($96 \div 4$). |
| 8. a) 7.25×10^5 (el punto se mueve 5 lugares a la izquierda). | 14. a) 2 g/cm^3 ($400 \div 200$). |
| 9. a) 0.000,43 (el punto se mueve 4 lugares a la izquierda). | 15. c) 1.5 km ($6 \text{ cm} \times 25,000 = 150,000 \text{ cm} = 1500 \text{ m} = 1.5 \text{ km}$). |
| 10. c) 6.2×10^6 ($62 = 6.2 \times 10$, y $10 \times 10^5 = 10^6$). | 16. b) la masa: es una magnitud fundamental del SI; la rapidez, el área y la densidad son derivadas. |
| 11. d) 7.5×10^7 ($3 \times 2.5 = 7.5$; exponentes $4 + 3 = 7$; ya está normalizado). | 17. a) 2.5 kg ($2500 \div 1000$, porque $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$). |
| 12. a) 8×10^5 ($6.4 + 1.6 = 8.0$; mismo exponente, se conserva). | 18. b) 4×10^4 ($8 \div 2 = 4$; exponentes $6 - 2 = 4$). |

Nota. En los reactivos de respuesta abierta se acepta cualquier variante equivalente.

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). OPERAR EN NOTACIÓN CIENTÍFICA Y ESTIMAR (6 REACTIVOS)

- 760 s $\approx$ 12.7 min ($((2.28 \times 10^{11})/(3 \times 10^8)) = 7.6 \times 10^2 \text{ s}$).
- 10^{15} moléculas ($((8 \times 10^{24})/(8 \times 10^9))$).
- $16 \times 60 \times 24 \times 365 \approx 8.4 \times 10^6 \approx 10^7$ respiraciones al año.
- $3 \times 10^8 \times 3600 = 1.08 \times 10^{12} \text{ m}$.
- $10^{-2}/10^{-4} = 10^2 = \mathbf{100 \text{ cabellos}}$.
- $70 \times 60 \times 24 = 100,800 \approx 1 \times 10^5$ latidos al día.

CAPÍTULO 7. OPERACIONES COMBINADAS

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (NO SE CALIFICA)

- | | |
|--|--|
| 1. F. Es 14; la multiplicación va antes que la suma ($2 + 12$). | 4. V. División antes que suma: $3 + 1 = 4$. |
| 2. V. El paréntesis va primero: $(2 + 3) \times 4 = 5 \times 4 = 20$. | 5. F. La potencia repite el factor: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, no 2×3 . |
| 3. V. La resta se hace de izquierda a derecha: $(10 - 4) - 3 = 6 - 3 = 3$. | 6. V. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$; ojo: <i>no</i> es $\sqrt{25} = 5$. |

EJERCICIOS 7.1 – JERARQUÍA SIN AGRUPACIÓN (22 REACTIVOS)

- | | | |
|-------|--------|--------|
| 1. 18 | 9. 11 | 17. -4 |
| 2. 17 | 10. -3 | 18. 21 |
| 3. -4 | 11. 18 | 19. 19 |
| 4. 13 | 12. 18 | 20. 9 |
| 5. 11 | 13. 27 | 21. 28 |
| 6. 14 | 14. 13 | 22. -6 |
| 7. 12 | 15. 17 | |
| 8. 13 | 16. 17 | |

EJERCICIOS 7.2 – SIGNOS DE AGRUPACIÓN (20 REACTIVOS)

1. 35	8. 50	15. 50
2. 24	9. 35	16. 18
3. 9	10. 5	17. 16
4. 4	11. 30	18. -6
5. 9	12. 25	19. 4
6. 20	13. 11	20. -8
7. 16	14. 6	

Nota. Práctica «Restar es sumar el opuesto» (§7.2, in-texto): a) $9 - (-4) = 9 + 4 = 13$; b) $15 - (+9) - (-3) = 15 - 9 + 3 = 9$; c) $3 - (5 - 9) = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7$; d) $-6 - (-10) + (-2) = -6 + 10 - 2 = 2$; e) $20 - (8 - (-3)) = 20 - (8 + 3) = 20 - 11 = 9$; f) $(-5 + 2) - (-8) = -3 + 8 = 5$.

EJERCICIOS 7.3 – POTENCIAS Y RAÍCES (24 REACTIVOS)

1. 14	9. 14	17. 9
2. 11	10. 13	18. 13
3. -4	11. 9	19. 8
4. 7	12. 10	20. 12
5. 16	13. 11	21. 14
6. 7	14. -3	22. -17
7. 22	15. 23	23. 8
8. 5	16. 11	24. 28

EJERCICIOS 7.4 – FRACCIONES Y DECIMALES (20 REACTIVOS)

1. 2	8. 5.25	14. 8.5
2. $\frac{9}{14}$	9. 324	15. 1.5
3. 1	10. $\frac{43}{100}$	16. 5.5
4. $\frac{25}{6}$	11. $\frac{9}{20}$	17. 2.5
5. 5.5	12. $\frac{5}{9}$	18. 2
6. 8	13. $\frac{3}{2}$	19. 6.5
7. 8.5		20. 7

Nota. Reactivos reforzados (procedimiento). 1) $\left(3\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \div \left(1 + \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{4} \div \frac{11}{8} = 2$. 2) $\left(\frac{3}{5} \times \frac{10}{4} + \frac{3}{4}\right) \div 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \div \frac{7}{2} = \frac{9}{14}$. 4) $\left(5 \div \frac{1}{5}\right) \div \left(2 \div \frac{1}{3}\right) = 25 \div 6 = \frac{25}{6}$. 9) $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \times \left(5 - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{18} = \frac{15}{4} \times \frac{24}{5} \times 18 = 18 \times 18 = 324$. 10) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{45}\right) \div 1\frac{1}{9} = \frac{43}{90} \div \frac{10}{9} = \frac{43}{100}$. 11) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(2 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{9}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{20}$. Reactivo 3: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$. Reactivo 13: $\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{3}{2}$.

EJERCICIOS 7.5 – PRÁCTICA INTEGRADORA (30 REACTIVOS)

Básico (reactivos 1–8).

1. 2	4. 4	7. 30
2. 28	5. 8	
3. 12	6. 22	8. $\frac{3}{5}$

Intermedio (reactivos 9–18).

9. 40	13. 509	17. 25
10. 2	14. 5	18. $\frac{45}{64}$
11. 4	15. 29	
12. 29	16. 13	

Avanzado (reactivos 19–30).

19. 4. $(18 - 6) \div (2 + 1) = 12 \div 3 = 4$.
20. 6. $4 - 2^2 = 0$, así que $\sqrt{36} + 0 \times 7 = 6 + 0 = 6$.
21. 40. $10 - 6 \div 2 = 7$; luego $3 + 7 = 10$ y $4 \times 10 = 40$.
22. 49. $(15 \div 3 + 2)^2 = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$.
23. -10. $10 \div [(3 + 4) - (16 - 8)] = 10 \div (7 - 8) = 10 \div (-1) = -10$.
24. -9. $9^2 - 9 \times 10 = 81 - 90 = -9$.
25. -25. $25 - [8 \times 10] + 30 = 25 - 80 + 30 = -25$.
26. 88. $5\{345 - [278 + (-33)]\} - 412 = 5\{345 - 245\} - 412 = 5 \times 100 - 412 = 88$.
27. -1055. $523 - 3\{312 + [145 + 69]\} = 523 - 3\{312 + 214\} = 523 - 3 \times 526 = 523 - 1578$.
28. -1414. $742 - 4\{418 + [236 + (-115)]\} = 742 - 4\{418 + 121\} = 742 - 4 \times 539 = 742 - 2156$.
29. 169. $[3 - (4 - 2^3)^2]^2 = [3 - (-4)^2]^2 = [3 - 16]^2 = (-13)^2 = 169$.
30. 961. $\{3 + [16 - 3(-5)] - 3\}^2 = \{3 + [16 + 15] - 3\}^2 = \{3 + 31 - 3\}^2 = 31^2 = 961$.

Nota. Detalle del reactivo 8: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$. Reactivo 18: $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}) \div \frac{8}{5} = \frac{9}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{45}{64}$.

EJERCICIOS 7.6 – PROBLEMAS DE LA VIDA REAL (10 REACTIVOS)

1. **\$87.** $200 - (3 \times 38 + 2 \times 12 - 25) = 200 - (114 + 24 - 25) = 200 - 113 = 87$.
2. **\$420.** $150 \times 4 - 180 = 600 - 180 = 420$.
3. **\$130.** $5 \times 30 - 20 = 150 - 20 = 130$.
4. **\$306.** $(4 \times 65 + 2 \times 48) - 50 = (260 + 96) - 50 = 356 - 50 = 306$.
5. **\$130.** $(480 + 40) \div 4 = 520 \div 4 = 130$.
6. 1570 L. $2 \times 1100 - (350 + 280) = 2200 - 630 = 1570$.
7. 325. $50 \times 8 - 100 + 25 = 400 - 100 + 25 = 325$.
8. **\$4750.** $4800 + 6 \times 85 - 560 = 4800 + 510 - 560 = 4750$.
9. **\$2550.** $250 \times 15 - 1200 = 3750 - 1200 = 2550$.
10. 211 L. $3 \times 45 + 2 \times 38 = 135 + 76 = 211$.

RETO – COLOCA LOS PARÉNTESIS

a) $2 + 3 + 4 + 5 = 14$; no hace falta ningún paréntesis (la suma no depende del orden de agrupación). **b)** $(2 + 3) \times (4 + 5) = 5 \times 9 = 45$. Aquí los paréntesis son inevitables: sin ellos, la única multiplicación posible es 4×5 o 3×4 , y con 2, 3, 4, 5 en ese orden ningún acomodo sin agrupar alcanza 45 (se verificaron los 64 casos). **c)** $(2 + 3) \times 4 \div 5 = 20 \div 5 = 4$.

Nota. Los incisos a) y c) admiten otras colocaciones válidas de paréntesis y signos que usen 2, 3, 4, 5 en ese orden (sin introducir números nuevos) y den el resultado pedido.

AUTOEVALUACIÓN – EXAMEN DEL CAPÍTULO (18 REACTIVOS)

- | | |
|---|---|
| 1. d) 17. Primero la multiplicación: $5 + 2 \times 6 = 5 + 12$. | 11. a) 3.5. $1.5 \times 4 = 6$; $6 - 2.5 = 3.5$. |
| 2. c) 8. Mismo escalón, de izquierda a derecha: $(24 \div 6) \times 2 = 4 \times 2$. | 12. c) $4 \times (5 + 2) = 4 \times 7 = 28$: un número pegado a un paréntesis multiplica. |
| 3. b) 20. $50 - 3 \times (4 + 6) = 50 - 3 \times 10 = 50 - 30$. | 13. c) $\$99.200 - (3 \times 17 + 2 \times 35 - 20) = 200 - (51 + 70 - 20) = 200 - 101 = 99$. |
| 4. a) 50. $3 + 4 = 7$; $12 - 7 = 5$; $30 - 5 = 25$; $2 \times 25 = 50$. | 14. a) 82. La hoja de cálculo multiplica primero: $100 - 20 + 2 = 82$. |
| 5. c) $9 + 6 = 15$: restar un negativo es sumar el positivo. | 15. d) 16. El paréntesis y la potencia van antes: $(5 + 3)^2 \div 4 = 8^2 \div 4 = 64 \div 4$. |
| 6. d) $-3. -8 + (-5) + 10 = -13 + 10 = -3$. | 16. b) 19. La potencia primero: $2^2 = 4$; luego $4 \times 4 = 16$ y $3 + 16 = 19$. |
| 7. b) 81. $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$; no es $3 \times 4 = 12$. | 17. a) 13. La potencia primero: $2^3 = 8$; luego $20 - 8 + 1 = 13$. |
| 8. a) 22. $10 - 8 + 20$: raíz y potencia primero; luego, de izquierda a derecha, $2 + 20$. | 18. c) 5. Restar un negativo es sumar: $-(-7) = +7$; luego $7 + (-2) = 5$. |
| 9. d) 5. La raíz agrupa la suma: $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$; no es $4 + 3 = 7$. | |
| 10. b) 1. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; luego $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. | |

DESAFÍO (AMPLIACIÓN). LA TORRE DE OPERACIONES

Tu turno.

- $\frac{11}{10}$. El paréntesis se resuelve primero: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$. Después, $\frac{11}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{11}{12} \times \frac{6}{5} = \frac{66}{60} = \frac{11}{10} = 1.1$.
- 13.** El radicando se resuelve completo antes de la raíz: $5^2 + 2^3 \times 3 = 25 + 24 = 49$, así que $\sqrt{49} = 7$. Después, $7 + 4^2 - 10 = 7 + 16 - 10 = 13$.
- Le devuelven \$26.** El subtotal con descuento es $3 \times 40 + 2 \times 20 - 10 = 120 + 40 - 10 = 150$; con IVA, $150 \times 1.16 = 174$. El planteo en una sola línea es $200 - (3 \times 40 + 2 \times 20 - 10) \times 1.16 = 200 - 174 = 26$. Le devuelven \$26.00.

Y ahora, ingenio (se aceptan otras soluciones válidas).

- $44 - 44 = 0$; $44 \div 44 = 1$; $4 \div 4 + 4 \div 4 = 2$; $(4 + 4 + 4) \div 4 = 3$; $(4 \times 4 + 4) \div 4 = 5$.
- $123 - 45 - 67 + 89 = 100$.
- $8 \div \left(3 - \frac{8}{3}\right) = 8 \div \frac{1}{3} = 24$.

Nota. En los reactivos contextuales del compendio se acepta cualquier planteamiento equivalente que respete la jerarquía y llegue al mismo resultado.

REPASOS Y EVALUACIONES DE UNIDAD

INTERLUDIO – PRACTICA EL MÉTODO (3 PROBLEMAS)

1. El número era 12 ($20 \div 4 = 5$; $5 + 7 = 12$).
2. 10 partidos ($1 + 2 + 3 + 4$).
3. 12 pedazos (cada corte por el centro cuenta como 2 cortes de pastel; 6 cortes dan 12).

REPASO DE LA UNIDAD I. FUNDAMENTOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO (18 REACTIVOS)

1. Que **el cartucho no tiene tinta**. (Se encadena por silogismo hipotético «si tiene tinta $\rightarrow$ el código se lee» ($p \rightarrow r$); como el código *no* se lee ($\neg r$), por Modus Tollens se sigue $\neg p$: no tiene tinta.)
2. Mayor: $9620 = 9 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 0$. Menor: $2069 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 9$ (empieza en 2, la menor cifra distinta de 0). Diferencia: $9620 - 2069 = 7551$. (El 0 va en decenas del mayor y en centenas del menor; nunca al frente del menor.)
3. a) $-230 + 400 - 185 - 60 = -75$: el saldo final es $-\$75$, en números rojos ($-230 + 400 = 170$; $170 - 185 = -15$; $-15 - 60 = -75$). b) Hay que pasar de -75 a $+100$ como mínimo: $100 - (-75) = 175$. El menor abono es $\$175$.
4. a) Es la «o» **inclusiva**: basta cumplir al menos una condición, y también vale cumplir ambas. b) **Sí** entra gratis. Con m : «es menor de 12» ($= F$) y c : «presenta credencial» ($= V$): $m \vee c = F \vee V = V$; se cumple por la credencial.
5. MCD(108, 135): $108 = 2^2 \cdot 3^3$ y $135 = 3^3 \cdot 5$; el factor común con menor exponente es $3^3 = 27$. Arma **27 botiquines**; cada uno lleva $108 \div 27 = 4$ vendas y $135 \div 27 = 5$ gasas.
6. a) Viola la regla de **repetición**: un mismo signo no puede aparecer más de *tres* veces seguidas, y puso XXXX (cuatro equis) para el 40; ese 40 se forma por sustracción como XL. b) $1949 = 1000 + 900 + 40 + 9 = \text{MCMXLIX}$.
7. a) Como $|a| = 13$, los candidatos son 13 y -13 ; al ser negativo, $a = -13$ y su opuesto es 13. b) Nota que $-|a| = -13 = a$; ordenados: $-13 = -|a| = a < 0 < 13$.
8. a) $A \leftrightarrow (s \wedge \neg b)$. b) **No** se abre. Con $s = V$ y $b = V$: $\neg b = F$, así que $s \wedge \neg b = V \wedge F = F$; el bicondicional exige que A coincida con F , luego $A = F$.
9. a) $375 = 6 \cdot 60 + 15$: se anota «6, 15». b) $380 = 6 \cdot 60 + 20$: se anota «6, 20». c) Ambos tienen 6 en las sesentenas (el nivel más alto), así que se decide en el siguiente nivel: $20 > 15$ en las unidades, por eso $380 > 375$.
10. $396 \div 2 = 198$, $198 \div 2 = 99$, $99 \div 3 = 33$, $33 \div 3 = 11$, $11 \div 11 = 1$; así $396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$. Número de divisores: $(2+1)(2+1)(1+1) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$. (Comprobación: $4 \cdot 9 \cdot 11 = 396$.)
11. a) «**No** es cierto que hoy haya clase o vaya a la biblioteca», es decir, «hoy *ni* hay clase *ni* voy a la biblioteca». b) Equivalente: $\neg p \wedge \neg q$; es una **ley de De Morgan** (la negación de una disyunción es la conjunción de las negaciones).
12. Como $407 = 1 \cdot 400 + 0 \cdot 20 + 7$: nivel superior (los 400): 1 punto; nivel intermedio (los 20): **concha** (0), porque no hay veintenetas; nivel inferior (unidades): 1 barra y 2 puntos ($5 + 2 = 7$). Verificación: $400 + 0 + 7 = 407$. La concha evita confundirlo con 27.
13. a) Las cifras de 3750 suman $3 + 7 + 5 + 0 = 15$; el siguiente múltiplo de 9 es 18, faltan 3: sumar **3** (se obtiene 3753, cuyas cifras suman 18). b) El criterio del 4 mira las dos últimas cifras, 50; el siguiente múltiplo de 4 es 52, faltan 2: sumar **2** (se obtiene 3752, y $52 = 4 \cdot 13$).
14. **No es válido**: es la falacia de *negar el antecedente* (de $p \rightarrow q$ y $\neg p$ no se sigue $\neg q$). Contraejemplo: 10 no es divisible entre 6, pero sí es par. La conclusión correcta es «no se puede concluir».
15. Unidades: $7 + 5 = 12$; dejo 2 y **llevo 1**. Decenas: $8 + 6 = 14$, más el 1 que llevaba = 15; dejo 5 y **llevo 1**. Centenas: $4 + 2 = 6$, más el 1 = 7. El ábaco queda en 7, 5, 2: $487 + 265 = 752$. Se lleva en unidades y en decenas.
16. a) **Racional**: es un decimal *periódico* (repite $\overline{72}$), y todo periódico es cociente de enteros. b) **Irracional**: 50 no es cuadrado perfecto, así que $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ es un decimal infinito no periódico. c) **Racional** (natural): $\sqrt{81} = 9$ es raíz *exacta*.
17. Para $(p, q) = VV, VF, FV, FF$: $p \rightarrow q$ da V, F, V, V ; $\neg q$ da F, V, F, V ; su conjunción da **F, F, F, V**. Es una **contingencia**; solo es verdadera en el renglón FF (ambas falsas). Ese caso refleja el **Modus Tollens**: si $p \rightarrow q$ es verdadera y q es falsa, entonces p es falsa.

18. El número es de la forma $\text{MCM}(12, 15, 18) \cdot k + 4$. Como $12 = 2^2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$, $18 = 2 \cdot 3^2$, el $\text{MCM} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$. Los candidatos son 4, 184, 364, ...; el menor mayor que 100 es $180 + 4 = 184$. (Comprobación: $184 = 15 \cdot 12 + 4 = 12 \cdot 15 + 4 = 10 \cdot 18 + 4$.)

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD I. FUNDAMENTOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO (15 REACTIVOS)

- | | | |
|--|---|---|
| 1. b) no hubo tormenta; Modus Tollens (de $p \rightarrow q$ y $\neg q$ se sigue $\neg p$). | 5. a) 150 ($2 \times 60 + 30$; numeral posicional en base 60). | 11. c) 252 ($252 \div 4 = 63$ y $2 + 5 + 2 = 9$, divisible entre 4 y entre 9). |
| 2. c) entrego el proyecto y no apruebo (el bicondicional es falso solo cuando los valores de verdad difieren). | 6. d) 70 ($3 \times 20 + 2 \times 5$). | 12. b) $-10 < -6$; las demás son falsas. |
| 3. d) $2 + 2 = 4 \wedge 3 > 5$: es $V \wedge F = F$; las otras son verdaderas. | 7. b) 1994 ($1000 + 900 + 90 + 4$). | 13. d) no se puede concluir que termine en 0 (afirmar el consecuente es inválido: 35 termina en 5). |
| 4. b) no: es jueves y tienes 15, así que ambas partes de la disyunción son falsas. | 8. c) $\frac{7}{2}$: es racional pero no entero ($\sqrt{9} = 3$ y -4 son enteros; π es irracional). | 14. a) 12 cm (MCD(48, 60)). |
| | 9. a) $2(12 + (-10))$. | 15. a) $2^3 \cdot 3 \cdot 7$ (comprobación: $8 \cdot 3 \cdot 7 = 168$). |
| | 10. d) 36 (MCM(12, 18)). | |

REPASO DE LA UNIDAD II. NÚMEROS RACIONALES Y POTENCIAS (18 REACTIVOS)

- El concentrado ocupa $\frac{2}{5}$ del total, así que el agua natural es $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ de la jarra. Entonces $\frac{3}{5}$ de 3 L = $\frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{5} = 1.8$ L. La jarra lleva $\frac{9}{5} = 1.8$ L de agua natural.
- a) $128 = 2^7$, pues $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$.
b) Cada ronda divide entre 2 el número de equipos; para pasar de 2^7 a $2^0 = 1$ hay que dividir 7 veces entre 2. Se juegan 7 **rondas** (de 128 a 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1).
- Se simplifica cada radical sacando el mayor cuadrado perfecto: $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$; $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$; $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$. Como las tres quedan con el radical $\sqrt{2}$, se combinan como términos semejantes: $7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.
- a) Primer descuento: $1600 \times 0.70 = \$1120$. Segundo descuento sobre el rebajado: $1120 \times 0.85 = \$952$. Se pagan \$952.
b) El factor total pagado es $0.70 \times 0.85 = 0.595$, es decir, se paga el 59.5%; el descuento único equivale a $100 - 59.5 = 40.5\%$ (**no** a un 45% directo).
- Se resuelve primero cada paréntesis. Numerador: $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$. Denominador: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Luego se divide multiplicando por el recíproco: $\frac{19}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{19}{12} \cdot \frac{6}{5} = \frac{114}{60} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$.
- A más agua, más azúcar: es proporción **directa**. Planteamos $\frac{3/4}{2} = \frac{x}{5}$, de donde $x = \frac{5 \cdot \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{15}{4}}{2} = \frac{15}{8}$. Así, $x = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ tazas de azúcar.
- Se aplica la regla del cociente por base: para el 2, $\frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3$; para el 3, $\frac{3^4}{3^5} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$. El producto es $2^3 \cdot 3^{-1} = \frac{8}{3}$.
- Para $81^{3/4}$: $\sqrt[4]{81} = 3$ (porque $3^4 = 81$) y luego $3^3 = 27$. Para $27^{2/3}$: $\sqrt[3]{27} = 3$ y luego $3^2 = 9$. Entonces $81^{3/4} - 27^{2/3} = 27 - 9 = 18$.
- a) Se dividen los tamaños: $\frac{2^{15}}{2^{10}} = 2^{15-10} = 2^5$ (regla del cociente: se restan los exponentes), es decir 2^5 MB.
b) $2^5 = 32$, así que el archivo pesa 32 MB.
- El mayor cuadrado perfecto que divide a 180 es 36 (pues $180 = 36 \cdot 5$). Entonces $\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$.

11. La razón $2 : 3 : 5$ suma $2 + 3 + 5 = 10$ partes iguales. Cada parte vale $\frac{40}{10} = 4$ sacos. Por lo tanto: cemento $2 \cdot 4 = 8$ sacos, arena $3 \cdot 4 = 12$ sacos y grava $5 \cdot 4 = 20$ sacos (juntos, $8 + 12 + 20 = 40$).
12. El tiempo en años es $t = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Despejamos la tasa: $r = \frac{I}{C \cdot t} = \frac{800}{15000 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{800}{10,000} = 0.08$. En porcentaje, $r = 8\%$ anual.
13. a) La arista es la raíz cúbica del volumen: $\sqrt[3]{343} = 7$, porque $7^3 = 343$. La arista mide 7 dm.
b) Una cara es un cuadrado de lado 7 dm, así que su área es $7^2 = 49 \text{ dm}^2$.
14. A menos costureras, más días: es proporción **inversa**, y el producto costureras $\times$ días se mantiene constante: $15 \cdot 8 = 12 \cdot x$. Entonces $x = \frac{120}{12} = 10$. Las 12 costureras tardarían 10 días.
15. En -2^6 el exponente afecta *solo* al 2: $-2^6 = -(2^6) = -64$. En $(-2)^6$ el paréntesis mete el signo a la potencia: $(-2)^6 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = 64$, positivo porque el exponente 6 es **par** y los seis signos negativos se emparejan. La diferencia la decide el paréntesis: sin él, el signo no entra a la potencia.
16. Un exponente negativo indica el recíproco de la potencia: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$. Al repartir el exponente entre numerador y denominador: $\frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$.
17. Tras la primera mano queda $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Los retoques usan $\frac{1}{3}$ de ese remanente: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. En total usó $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ del galón, y le sobró la otra mitad, $\frac{1}{2}$.
18. Se usa $\frac{\text{parte}}{\text{total}} \times 100 = \frac{63}{180} \times 100$. Como $\frac{63}{180} = 0.35$, resulta $0.35 \times 100 = 35\%$. Se cumplió el 35 % de la meta.

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD II. NÚMEROS RACIONALES Y POTENCIAS (15 REACTIVOS)

- | | | |
|---|---|---|
| 1. d) $\frac{23}{30}$: primero $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$; luego $\frac{2}{3} + \frac{1}{10} = \frac{20}{30} + \frac{3}{30}$. | vale a un 40 % directo). | 10. a) 9 ($27^{2/3} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2$). |
| 2. b) $3\frac{5}{6}$ ($\frac{7}{3} + \frac{3}{2} = \frac{23}{6}$). | 6. b) $\frac{7}{12} = 0.58\bar{3}$ es periódico (denominador con factor 3); $\frac{9}{16}$, $\frac{13}{40}$ y $\frac{11}{50}$ son exactas. | 11. b) $8\sqrt{2}$ ($\sqrt{50} + \sqrt{18} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$). |
| 3. a) 15 días (proporción inversa: $6 \times 10 = 4 \times x$). | 7. c) \$144 ($90 \div 5 = \18 por kg; 18×8). | 12. c) 216 ($6^3 = 2^3 \cdot 3^3$). |
| 4. c) \$500 ($580 \div 1.16$; restar el 16 % a \$580 daría \$487.20, error). | 8. b) 2^4 ($5 + 3 - 4 = 4$). | 13. a) 32 (2^5 : cinco duplicaciones). |
| 5. a) \$945 ($1500 \times 0.70 \times 0.90$; no equi- | 9. d) $\frac{1}{9}$ ($3^{-2} = \frac{1}{3^2}$; el exponente negativo indica recíproco, no signo). | 14. d) $\frac{4}{9}$ (el exponente se reparte a numerador y denominador). |
| | | 15. b) 8 y 9 ($8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2$). |

REPASO DE LA UNIDAD III. MEDICIÓN Y CÁLCULO APLICADO (18 REACTIVOS)

1. a) Pasar de km/h a m/s equivale a dividir entre 3.6 (porque se multiplica por 1000 y se divide entre 3600): $288 \div 3.6 = 80 \text{ m/s}$.
b) En 4 s recorre $80 \text{ m/s} \times 4 \text{ s} = 320 \text{ m}$. Se usa la tasa como factor: los segundos se cancelan y queda una longitud.
2. Se multiplican los coeficientes y se **suman** los exponentes: $(3.2 \times 10^9)(1.5 \times 10^3) = (3.2 \times 1.5) \times 10^{9+3} = 4.8 \times 10^{12}$. El coeficiente 4.8 ya cumple $1 \leq |a| < 10$, así que el resultado normalizado es 4.8×10^{12} operaciones.
3. Paréntesis interno (con su multiplicación): $14 - 2 \times 4 = 14 - 8 = 6$. Corchete: $3 + 6 = 9$. Llave: $25 - 9 = 16$. Ahora la multiplicación: $4 \times 16 = 64$. Por último la suma: $64 + 7 = 71$. El resultado es 71.
4. a) Área = $18 \text{ m} \times 12 \text{ m} = 216 \text{ m}^2$.
b) Al pasar de m^2 a cm^2 el factor 100 de la longitud se eleva al cuadrado: $100^2 = 10,000$. Entonces $216 \text{ m}^2 = 216 \times 10,000 = 2,160,000 \text{ cm}^2$.
c) Costo = $216 \times \$85 = \$18,360$.

5. El radical agrupa todo lo que tiene debajo, así que primero $49 - 13 = 36$ y luego $\sqrt{36} = 6$. Aparte, $\sqrt{81} = 9$ y $3^2 = 9$. Queda $9 + 2 \times 9 - 6$. Multiplicación: $2 \times 9 = 18$, así $9 + 18 - 6$. Suma y resta de izquierda a derecha: $9 + 18 = 27$ y $27 - 6 = \mathbf{21}$.
6. La escala 1 : 75 dice que 1 cm del plano son 75 cm reales.
a) $8 \text{ cm} \times 75 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$.
b) $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$; en el plano son $300 \div 75 = 4 \text{ cm}$.
7. Primero la multiplicación: $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$. Queda $\frac{7}{10} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. De izquierda a derecha: $\frac{7}{10} - \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{5}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$; luego $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$.
8. a) $-14 - (-9) + (-6) = -14 + 9 - 6$. De izquierda a derecha: $-14 + 9 = -5$ y $-5 - 6 = \mathbf{-11}$.
b) El paréntesis primero: $4 - (7 + 3) = 4 - 10 = -6$; luego $5 \times (-6) = \mathbf{-30}$. La multiplicación por un número positivo conserva el signo negativo.
9. a) Densidad = $\frac{351 \text{ g}}{45 \text{ cm}^3} = 7.8 \text{ g/cm}^3$.
b) La densidad es la misma, así que la masa es densidad por volumen: $7.8 \text{ g/cm}^3 \times 200 \text{ cm}^3 = 1560 \text{ g}$ (equivale a 1.56 kg).
10. Todo el ticket es una operación combinada, con las multiplicaciones antes que las sumas y restas: $4 \times 128.50 + 3 \times 37.00 - 60$. Multiplicaciones: $4 \times 128.50 = 514$ y $3 \times 37 = 111$. Suma y resta: $514 + 111 = 625$ y $625 - 60 = 625 - 60 = \mathbf{565}$. El total es \$565, así que le devuelven $600 - 565 = \$35$.
11. Se calcula la tasa unitaria (precio por kilo); cuidado: el primer frasco está en gramos.
a) $750 \text{ g} = 0.75 \text{ kg}$: $\frac{\$60}{0.75 \text{ kg}} = \$80/\text{kg}$. El segundo: $\frac{\$90}{1.2 \text{ kg}} = \$75/\text{kg}$.
b) Conviene el frasco de 1.2 kg, porque sale más barato por kilo (\$75 frente a \$80).
12. Dentro del corchete, primero la multiplicación: $3 \times 4 = 12$, luego $24 - 12 = 12$ y $12 \div 2 = 6$. Se eleva al cuadrado el corchete: $6^2 = 36$. La raíz: $\sqrt{100} = 10$. Por último la resta: $36 - 10 = \mathbf{26}$.
13. a) En 0.000,000,42 el punto se corre 7 lugares a la derecha para dejar el 4 solo; como el número es menor que 1, el exponente es negativo: $0.000,000,42 = 4.2 \times 10^{-7}$ gramos.
b) En 6.5×10^5 el punto se corre 5 lugares a la derecha: $6.5 \times 10^5 = 650,000$.
14. a) La hoja respeta la jerarquía: primero $\times$ y $\div$ de izquierda a derecha, $6 \times 8 = 48$ y $48 \div 4 = 12$. Queda $100 - 12 + 5$; de izquierda a derecha $100 - 12 = 88$ y $88 + 5 = \mathbf{93}$. La celda muestra 93.
b) Daría 193 solo si se operara todo de corrido de izquierda a derecha ($100 - 6 = 94$; $94 \times 8 = 752$; $752 \div 4 = 188$; $188 + 5 = 193$); la hoja nunca hace eso: multiplica y divide antes de sumar y restar.
15. a) Volumen = $3 \text{ m} \times 2.5 \text{ m} \times 1.6 \text{ m} = 12 \text{ m}^3$.
b) Como $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$: $12 \times 1000 = 12,000 \text{ L}$.
c) Tiempo = $\frac{12,000 \text{ L}}{200 \text{ L/min}} = 60 \text{ min}$ (una hora).
16. Dentro del radical, primero el paréntesis con su multiplicación interna: $18 - 3 \times 2 = 18 - 6 = 12$; luego $2 \times 12 = 24$ y $5^2 = 25$, así el radicando es $25 + 24 = 49$. Entonces $\sqrt{49} = 7$. Fuera del radical: $10 \div 5 = 2$. Resultado: $7 + 2 = \mathbf{9}$.
17. a) El tiempo es la distancia entre la rapidez: $\frac{1.44 \times 10^{10}}{2 \times 10^4} = \frac{1.44}{2} \times 10^{10-4} = 0.72 \times 10^6$. Se normaliza: $0.72 \times 10^6 = 7.2 \times 10^5$ segundos.
b) $\frac{7.2 \times 10^5}{8.64 \times 10^4} = \frac{7.2}{8.64} \times 10^{5-4} = 0.8\bar{3} \times 10^1 \approx 8.3$ días. Tarda cerca de 8.3 días.
18. a) El error fue sumar $6 + 8$ antes de dividir: la suma está en el último escalón, mientras que $\div$ y $\times$ van antes.
b) Orden correcto: agrupación y potencia primero, $(5 - 3)^2 = 2^2 = 4$. Queda $6 + 8 \div 2 \times 4$. División y multiplicación de izquierda a derecha: $8 \div 2 = 4$, luego $4 \times 4 = 16$. Por último la suma: $6 + 16 = \mathbf{22}$. El resultado correcto es 22.

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD III. MEDICIÓN Y CÁLCULO APLICADO (15 REACTIVOS)

- | | | |
|--|--|--|
| 1. a) 2800 m (2500 + 300). | 7. d) 4 km (8 × 50,000 = 400,000 cm = 4 km). | 12. b) 11 (la hoja opera / y × de izquierda a derecha: 6/2 = 3, 3 × 3 = 9, 2 + 9). |
| 2. c) 20 m/s (72 ÷ 3.6). | 8. b) 2500 L (2.5 × 1000). | 13. a) 1 ($\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$; luego $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$). |
| 3. b) 20,000 cm ² (2 × 100 ²). | 9. a) 6 ((4+2) ² ÷ 4 - 3 = 36 ÷ 4 - 3 = 9 - 3). | 14. c) 6 ((4+2) ² ÷ 2 = 18; 20 - 18 = 2; 3 × 2). |
| 4. d) 2 g/cm ³ (300 ÷ 150). | 10. c) 29 ($\sqrt{25} + 3 \times 2^3 = 5 + 24$). | 15. d) 8 m/s (400 ÷ 50). |
| 5. c) 6 × 10 ⁷ (3 × 2 = 6; exponentes 4 + 3 = 7). | 11. d) -6 (-8 + 5 - 3). | |
| 6. a) 5.6 × 10 ⁻⁴ (el punto se corre 4 lugares). | | |

EVALUACIÓN SEMESTRAL. INTEGRACIÓN DE LAS TRES UNIDADES (28 REACTIVOS)

- a) El ahorro es el 15 % del consumo: $0.15 \times (2.4 \times 10^8) = (0.15 \times 2.4) \times 10^8 = 0.36 \times 10^8 = 3.6 \times 10^7$ Wh.
b) El consumo nuevo es el 85 %: $0.85 \times (2.4 \times 10^8) = 2.04 \times 10^8$ Wh (o bien $2.4 \times 10^8 - 0.36 \times 10^8 = 2.04 \times 10^8$). El coeficiente 2.04 ya cumple $1 \leq a < 10$.
- a) Es **verdadera**: como $6 = 2 \cdot 3$, todo múltiplo de 6 contiene el factor 3, luego es divisible entre 3.
b) **No** se concluye. Sería *afirmar el consecuente* (de $p \rightarrow q$ y q no se sigue p). Contraejemplo con el propio dato: $2 + 0 + 2 + 5 = 9$ es múltiplo de 3, así que 2025 es divisible entre 3, pero es **impar**, luego no es divisible entre 6.
- a) Rendimiento = $\frac{54}{4.5} = 12$ km/L.
b) A 12 km/L, los litros son $300 \div 12 = 25$ L (proporción directa).
c) Gasto = $25 \times \$24.50 = \612.50 .
- a) Cada nivel se multiplica por su valor: $1 \cdot 400 + (2 \text{ barras} = 10) \cdot 20 + (3 \text{ puntos} = 3) \cdot 1 = 400 + 200 + 3 = 603$.
b) $603 = 500 + 100 + 3 = \text{DCIII}$.
- Agrupación y potencias primero: $\sqrt{144} = 12$; $(5 - 2)^2 = 3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $2^4 = 16$. Queda $12 + 27 \div 9 - 16$. División antes que sumas y restas: $27 \div 9 = 3$, así $12 + 3 - 16$. De izquierda a derecha: $12 + 3 = 15$ y $15 - 16 = -1$.
- a) Coinciden cada MCM(9, 12, 15) minutos. Factorizando: $9 = 3^2$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$; tomando cada primo con su mayor exponente, $\text{MCM} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ min.
b) 180 min = 3 h; la siguiente coincidencia es a las 9 h 0 min.
- Las 45 son la mitad de las rebajadas, así que hay $45 \times 2 = 90$ playeras rebajadas. Estas 90 son $\frac{3}{8}$ del total T : $\frac{3}{8}T = 90$, de donde $T = 90 \times \frac{8}{3} = 240$. Hay 240 playeras en total. (Comprobación: $\frac{3}{8} \times 240 = 90$, y su mitad es 45.)
- Paréntesis interno: $4 - 7 = -3$. Luego $(-2) \times (-3) = 6$, así el corchete es $8 - 6 = 2$. Multiplicación: $-3 \times 2 = -6$. División: $20 \div (-4) = -5$. Por último la suma: $-6 + (-5) = -11$.
- a) El volumen es masa entre densidad: $\frac{6.8 \times 10^{-2}}{13.6} = \frac{6.8}{13.6} \times 10^{-2} = 0.5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$.
b) Como su densidad 13.6 g/cm³ es mucho mayor que 1 g/cm³, el mercurio es **más denso** que el agua (por eso una gota tan pequeña pesa relativamente mucho).
- a) Para $(p, q) = \text{VV, VF, FV, FF}$: $p \wedge q$ da V, F, F, F; y $(p \wedge q) \rightarrow p$ da: $\text{VV} \rightarrow \text{V} \rightarrow \text{V}$, luego $F \rightarrow p$ es V en los otros tres (un antecedente falso hace verdadera la implicación). Columna final: **V, V, V, V**.
b) Es una **tautología**: siempre es verdadera, porque si $p \wedge q$ es cierto entonces p también, y si $p \wedge q$ es falso la implicación es vacuamente verdadera.
- a) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ y $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$.
b) Área = $5\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 10 \cdot (\sqrt{3})^2 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ cm}^2$.
c) Perímetro = $2(5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 2 \cdot 7\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \text{ cm}$.
- a) $I = C \cdot r \cdot t = 24000 \times 0.09 \times 2 = \4320 .
b) Monto = $24000 + 4320 = \$28,320$.
c) El interés respecto del monto: $\frac{4320}{28320} \times 100 = \frac{4320}{28320} \times 100 \approx 15.25\%$ (pues $4320 \div 28320 \approx 0.1525$).

13. a) Cada 1 cm del plano equivale a 200 cm = 2 m reales. Largo real: $6 \times 2 = 12$ m; ancho real: $4 \times 2 = 8$ m.
b) Área real = $12 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 96 \text{ m}^2$. (Si se calcula del plano: área en plano $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$, y el factor de área es 200^2 , consistente con 96 m^2 .)
14. a) Se concluye que **se enciende la bomba**, encadenando tres *silogismos hipotéticos* (de $s \rightarrow v$ y $v \rightarrow p$ sale $s \rightarrow p$; con $p \rightarrow b$ sale $s \rightarrow b$); como s es verdadera, por Modus Ponens final b es verdadera.
b) $(s \rightarrow v) \wedge (v \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow b)$, con s verdadera $\Rightarrow b$.
15. Primero se reparte el exponente del numerador: $(2^2 \cdot 5)^3 = 2^6 \cdot 5^3$. Ahora, base por base con la regla del cociente: para el 2, $\frac{2^6}{2^4} = 2^2 = 4$; para el 5, $\frac{5^3}{5^2} = 5^1 = 5$. El producto es $4 \cdot 5 = 20$.
16. a) 1 h 20 min = 80 min; produce $450 \times 80 = 36,000$ etiquetas.
b) Tiempo = $\frac{81000}{450} = 180 \text{ min} = 3 \text{ h}$. Tarda 3 h exactas (3 h 0 min).
17. Primero $|-6| = 6$.
a) De menor a mayor: $-8 < -3 < 5 < 6$.
b) Diferencia = $6 - (-8) = 6 + 8 = 14^\circ\text{C}$.
c) La más cercana a 0 es la de menor valor absoluto: $|-3| = 3$, menor que $|-8|, |5|, |6|$; es -3°C .
18. Tras la mañana queda $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Al mediodía se usa $\frac{1}{4}$ de eso, así que queda $\frac{3}{4}$ del remanente: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$. Por la tarde se usa $\frac{2}{5}$, y queda $\frac{3}{5}$ de lo anterior: $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$. Al final queda $\frac{3}{10}$ del tanque.
19. a) $2748 = 2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1$.
b) Se divide entre 60: $2748 \div 60 = 45$ con residuo $2748 - 45 \cdot 60 = 2748 - 2700 = 48$. Así hay 45 **sesentenas** y 48 **unidades**. Verificación: $45 \cdot 60 + 48 = 2700 + 48 = 2748$.
20. a) El error fue hacer 2×3 *antes* de $48 \div 2$: la división y la multiplicación están en el *mismo* escalón y se resuelven de **izquierda a derecha**, no la multiplicación primero.
b) Orden correcto: potencia $4^2 = 16$. Luego, de izquierda a derecha, $48 \div 2 = 24$ y $24 \times 3 = 72$. Por último la suma: $72 + 16 = 88$. El resultado correcto es 88.
21. Sea d la cifra de las decenas; el número es $400 + 10d + 2 = 402 + 10d$. Divisible entre 4: mira las dos últimas cifras $\overline{d2} = 10d + 2$; es múltiplo de 4 cuando $d \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ da 12, 32, 52, 72, 92 (todos múltiplos de 4). Divisible entre 3: la suma $4 + d + 2 = 6 + d$ debe ser múltiplo de 3, es decir $d \in \{0, 3, 6, 9\}$.
a) La intersección es $d \in \{3, 9\}$ (números 432 y 492).
b) El mayor es 492.
22. a) Descuento: $3500 \times 0.80 = \$2800$. IVA sobre el rebajado: $2800 \times 1.16 = \$3248$. El precio final es \$3248.
b) El IVA es 16 % de \$2800: $2800 \times 0.16 = \$448$ (y en efecto $2800 + 448 = 3248$).
23. Para $16^{-1/2}$: el exponente negativo da el recíproco de la raíz, $16^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$. Para $8^{2/3}$: $\sqrt[3]{8} = 2$ y luego $2^2 = 4$.
Entonces $16^{-1/2} + 8^{2/3} = \frac{1}{4} + 4 = \frac{1}{4} + \frac{16}{4} = \frac{17}{4}$.
24. a) Segundos: $48 + 5 + 55 = 108 = 1 \text{ min } 48 \text{ s}$; anoto 48 s y llevo 1 min. Minutos: $2 + 3 + 2 + 1 = 8$. Total: 8 min 48 s.
b) El promedio es el total entre 3. Paso a segundos: $8 \times 60 + 48 = 528 \text{ s}$; $528 \div 3 = 176 \text{ s} = 2 \text{ min } 56 \text{ s}$. El tiempo promedio por vuelta es 2 min 56 s.
25. a) Cada paquete tiene $4 \times 4 = 4^2$ focos; el total menos los rotos es $5 \times 6 \times 4^2 - 18$.
b) Potencia primero: $4^2 = 16$. Luego los productos: $5 \times 6 = 30$ y $30 \times 16 = 480$. Por último la resta: $480 - 18 = 462$. Hay 462 focos buenos.
26. Conviene agrupar por signos (propiedad **conmutativa** y **asociativa** de la suma). Negativos: $-25 - 15 - 10 = -50$. Positivos: $18 + 7 = 25$. Total: $-50 + 25 = -25$.
27. a) IX = $10 - 1 = 9$. MDCCXLIV = $1000 + 500 + 100 + 100 + (50 - 10) + (5 - 1) = 1000 + 700 + 40 + 4 = 1744$.
b) Diferencia: $1744 - 9 = 1735$. En romano: $1735 = 1000 + 700 + 30 + 5 = \text{MDCCXXXV}$.

28. Para sumar hay que igualar los exponentes. Escribo el segundo con exponente 6: $8.5 \times 10^5 = 0.85 \times 10^6$. Ahora sumo los coeficientes: $(7.2 + 0.85) \times 10^6 = 8.05 \times 10^6$. El coeficiente 8.05 cumple $1 \leq a < 10$, así que el resultado normalizado es 8.05×10^6 .

Superfy Education

La experiencia del aula, hecha libro.



Conoce todos nuestros libros

www.superfy.education/catalogo

© 2026 Superfy Education. Todos los derechos reservados.

Pensamiento Matemático I · Material de práctica de uso libre con fines educativos.

www.superfy.education